4 Magnitudes proporcionales

DESARROLLA TUS COMPETENCIAS

4.I. Si cada número completo cuesta 39 000 euros, ¿cuánto cuesta cada serie? ¿Cuánto cuesta un décimo?

Cada número cuesta 39 000 euros y consta de 195 series, por lo que cada serie cuesta 200 euros, y cada décimo, 20.

4.II. ¿Cuántos décimos se jugaron en el sorteo de 2010? ¿Cuánto dinero se obtiene por la venta de todos los décimos?

Se jugaron 85 000 · 195 · 10 = 16 575 000 décimos. Si se vendieran todos, se obtendrían en total 331 500 000 euros.

4.III. La cantidad destinada a premios supone el 70 % del dinero recaudado. ¿Cuánto dinero se reparte en total?

En total se reparte el 70 % de la cantidad anterior, 232 050 000 euros.

4.IV. Si una persona comprara todos los décimos, ¿ganaría o perdería dinero? ¿Cuánto?

Como se reparte el 70 % del dinero recaudado, perdería el 30 % restante, es decir, 99 450 000 euros.

4.V. Un comercio regala a sus clientes habituales participaciones de 5 céntimos. Si un décimo resultara premiado con el Gordo, se llevaría 300 000 euros. ¿Cuánto dinero se llevaría el afortunado cliente?

Por un décimo, que cuesta 20 euros, se reciben 300 000 euros, así que por 5 céntimos se obtendrían 750 euros.

4.VI. Una persona me ofrece un décimo de un número curioso, el 88888. ¿Debería comprarlo? ¿Por qué?

No se debería comprar el 88 888, pero no por superstición: solo se emiten 85 000 billetes, así que ese es falso.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

4.1. Actividad resuelta.

4.2. (TIC) Comprueba si los siguientes números forman una proporción.

a) 21, 30, 140 y 200 **b) 16, 25, 14 y 21** **c) 35, 80, 15 y 20**

a) Se consideran las razones $\frac{21}{30}, \frac{140}{200}$. Como 21 · 200 = 4200 = 30 · 140, los números dados forman proporción: $\frac{21}{30} = \frac{140}{200}$.

b) Se consideran las razones $\frac{16}{25}, \frac{14}{21}$. Puesto que $16 \cdot 21 = 336 \neq 14 \cdot 25 = 350$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{16}{25} \neq \frac{14}{21}$.

c) Se consideran las razones $\frac{35}{80}, \frac{15}{20}$. Como $35 \cdot 20 = 700 \neq 80 \cdot 15 = 1200$, los números dados no forman proporción: $\frac{35}{80} \neq \frac{15}{20}$.

4.3. Halla el valor de *x* para que 3, *x*, 27 y 18 formen una proporción.

$$\frac{3}{x} = \frac{27}{18} \Rightarrow 3 \cdot 18 = 27 \cdot x \Rightarrow 54 = 27x \Rightarrow x = \frac{54}{27} \Rightarrow x = 2$$

4.4. Alberto tiene cinco cartas con los números 2, 4, 5, 8 y 20, y le han dicho que escogiendo cuatro de esos números puede formar una proporción.

a) Forma la proporción. **b) ¿Es única la solución?**

a) Los números 2, 8, 5 y 20 forman una proporción, ya que 2 · 20 = 5 · 8 = 40, luego $\frac{2}{8} = \frac{5}{20}$.

b) La solución no es única. Otras proporciones válidas son: $\frac{8}{2} = \frac{20}{5}$ y $\frac{5}{2} = \frac{20}{8}$.

4.5. Actividad interactiva.

4.6. Actividad resuelta.

4.7. (TIC) Las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

Calcula la razón de proporcionalidad y completa la tabla en tu cuaderno.

1.ª casilla: $\frac{4}{x} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot x = 6 \cdot 4 \Rightarrow 12 \cdot x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{12} = 2$

2.ª casilla: $\frac{8}{y} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot y = 6 \cdot 8 \Rightarrow 12 \cdot y = 48 \Rightarrow y = \frac{48}{12} = 4$

3.ª casilla: $\frac{z}{36} = \frac{12}{6} \Rightarrow 12 \cdot 36 = 6 \cdot z \Rightarrow 6 \cdot z = 432 \Rightarrow z = \frac{432}{6} = 72$

La tabla queda así:

Magnitud 1.ª	**4**	**8**	**12**	72
Magnitud 2.ª	2	4	**6**	**36**

La razón de proporcionalidad es $\frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{12}{6} = \frac{72}{36} = 2$.

4.8. Un coche gasta 8 litros de gasolina cada 100 kilómetros. Si quedan 7 litros en el depósito, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer?

Con un litro de gasolina se pueden recorrer $\frac{100\ (km)}{8\ (L)} = 12{,}5$ km.

Por tanto, con 7 litros se pueden recorrer $12{,}5 \cdot 7 = 87{,}5$ km.

4.9. Una rueda de un coche da 4590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 24 horas y 24 minutos?

La rueda da $\frac{4590\ (vueltas)}{9\ (minutos)} = 510$ vueltas en un minuto.

Pasando las horas a minutos se tiene que: $24 \cdot 60 = 1440$ minutos. Luego 1 hora y 24 minutos son $1440 + 24 = = 1464$ minutos.

En 1464 minutos, la rueda da $510 \cdot 1464 = 746\ 640$ vueltas.

4.10. Actividad resuelta.

4.11. Tres sastres compran un lote de piezas iguales que cuestan 576,80 euros. El primero se queda con 2 piezas; el segundo, con 5, y el tercero, con 7.

¿Cuánto debe pagar cada sastre?

En total había $2 + 5 + 7 = 14$ piezas. Cada pieza costó $\frac{576{,}80\ (euros)}{14\ (piezas)} = 41{,}20$ €.

Por tanto, el primer sastre deberá pagar $41{,}20 \cdot 2 = 82{,}40$ €. El segundo, $41{,}20 \cdot 5 = 206$ €. El tercero, $41{,}20 \cdot 7 = = 288{,}40$ €.

4.12. Un pastel está compuesto de 70 partes de harina, 12 de azúcar y 18 de aceite.

¿Qué peso de cada uno de estos componentes habrá que emplear para obtener un pastel de 800 gramos?

El pastel ha de estar formado en total por $70 + 12 + 18 = 100$ partes. Cada parte ha de pesar $\frac{800}{100} = 8$ gramos. Por tanto, se tendrán $70 \cdot 8 = 560$ gramos de harina, $12 \cdot 8 = 96$ gramos de azúcar y $18 \cdot 8 = 144$ gramos de aceite. Se observa la siguiente proporción: $\frac{560}{70} = \frac{96}{12} = \frac{144}{18}$. Además, 560 g + 96 g + 144 g = 800 g.

4.13. Actividad resuelta.

4.14. (TIC) Calcula por dos procedimientos diferentes el 40 % de 260.

40 % de 260 = $\frac{40}{100} \cdot 260 = 104$. O bien, 40 % de 260 = $0{,}4 \cdot 260 = 104$

4.15. Calcula el 13,5 % de 260.

13,5 % de 260 = $\frac{13'5}{100} \cdot 260 = 35{,}1$. O bien, 13,5 % de 260 = $0{,}135 \cdot 260 = 35{,}1$

4.16. (TIC) Las reservas de agua de un embalse están al 60 %, lo que supone 12 millones de metros cúbicos.

¿Cuántos metros cúbicos de agua tendría si estuviese lleno?

Un modo de resolver el problema es el siguiente: el embalse tiene x metros cúbicos de agua.

60 % de $x = 0{,}6 \cdot x = 12\,000\,000 \text{ m}^3 \Rightarrow x = 12\,000\,000 : 0{,}6 = 20\,000\,000 \text{ m}^3$ es la capacidad del embalse.

Otro modo es establecer una proporción: $\frac{60}{100} = \frac{12000000}{x} \Rightarrow x = \frac{12000000}{60} \cdot 100 = 20\,000\,000 \text{ m}^3$ es la capacidad del embalse.

4.17. (TIC) Silvia, Elena y Manolo se han repartido un premio de 200 euros del siguiente modo: Silvia, 80 euros; Manolo, 70, y Elena, el resto.

¿Qué tanto por ciento del premio ha recibido cada uno?

Porcentaje de Silvia: $\frac{80}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{80 \cdot 100}{200} = 40$ %

Porcentaje de Manolo: $\frac{70}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{70 \cdot 100}{200} = 35$ %

Porcentaje de Elena: entre Silvia y Manolo han recibido el 75 % del premio. Por tanto, Elena ha recibido el 25 %, ya que 100 – 75 = 25.

O bien, Elena ha recibido 200 – 70 – 80 = 50 euros. $\frac{50}{200} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{50 \cdot 100}{200} = 25$ %.

4.18. Un centro médico tenía 800 vacunas contra la gripe. Si le quedan 128, ¿qué porcentaje ha gastado?

Se han gastado 800 – 128 = 672 vacunas. Para calcular el porcentaje gastado se recurre a una proporción: $\frac{672}{800} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{672 \cdot 100}{800} = 84$ % es el porcentaje de vacunas gastadas.

4.19. a) Disminuye 230 en un 25 %.

b) Incrementa 230 en un 25 %.

a) Disminución: 25 % $\Rightarrow$ 25 % de 230 = 0,25 · 230 = 57,5

Valor tras la disminución: 230 – 57,5 = 172,5

O bien, si se disminuye 230 en un 25 %, queda el 75 % del valor inicial, luego:

75 % de 230 = 0,75 · 230 = 172,5

b) Incremento: 25 % $\Rightarrow$ 25 % de 230 = 0,25 · 230 = 57,5

Valor tras el incremento: 230 + 57,5 = 287,5

O bien, si se incrementa 230 en un 25 %, queda el 125 % del valor inicial, luego:

125 % de 230 = 1,25 · 230 = 287,5

4.20. (TIC) Aplícale a 850 una disminución de un 35 % y un aumento de un 35 %.

Realiza el cálculo de dos formas diferentes y compara el resultado.

1.ª forma

Paso 1: disminución de un 35 % a 850

Valor inicial: 850

Disminución: 35 % $\Rightarrow$ 35 % de 850 = 0,35 · 850 = 297,5

Valor tras la disminución: 850 – 297,5 = 552,5

Paso 2: aumento de un 35 % a 552,5

Valor inicial: 552,5

Aumento: 35 % $\Rightarrow$ 35 % de 552,5 = 0,35 · 552,5 = 193,375

Valor tras el aumento: 552,5 + 193,375 = 745,875

2.ª forma

Una disminución del 35 % supone quedarse con el 100 % – 35 % = 65 % de la cantidad inicial, y si a esa cantidad la aumentamos el 35 %, supone aplicar un 135 % a lo anterior:

135 % de (65 % de 850) = 1,35 · 0,65 · 850 = 745,875

Se obtiene el mismo resultado.

Es posible que el alumno esperara obtener como resultado final la cantidad de partida. El objetivo del ejercicio es que el alumno comprenda que cuando se incrementa el 35 %, se aplica el porcentaje sobre una cantidad inferior a la de partida, por lo que el aumento es inferior a la disminución inicial.

4.21. Unas botas cuestan 90 euros y tienen un descuento del 15 % más un 10 % adicional.

¿Cuánto cuestan las botas?

El descuento adicional se aplica tras haber efectuado los descuentos iniciales. Así, el precio final sería el 100 % – 10 % = 90 % del 100 % – 15 % = 85 % del precio inicial, luego:

90 % de (85 % de 90 €) = 0,9 · 0,85 · 90 = 68,85 €

4.22. Actividad interactiva.

4.23. Actividad resuelta.

4.24. Si un enladrillador enladrilla un muro en 8 horas, ¿cuánto tiempo tardarán en enladrillar el muro entre cinco enladrilladores?

El número de enladrilladores necesarios para enladrillar el muro y el tiempo empleado en hacerlo son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de enladrilladores	1	5
Tiempo (h)	8	x

Se tiene que cumplir que 1 · 8 = 5 · x $\Rightarrow$ $x = \frac{8}{5}$ = 1,6 h. Tardarán 1 h 36 min en enladrillar.

4.25. (TIC) Para envasar cierta cantidad de combustible se necesitan 16 bidones de 200 litros. Para envasar la misma cantidad en 64 bidones, ¿de qué capacidad tienen que ser estos?

El número de bidones necesarios para envasar el combustible y la capacidad de los mismos son magnitudes inversamente proporcionales.

Número de bidones	16	64
Capacidad	200	x

Se tiene que cumplir que $16 \cdot 200 = 64 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{16 \cdot 200}{64} = 50$.

La capacidad de los bidones ha de ser de 50 litros.

4.26. Un barco que navega a 24 kilómetros por hora ha tardado 12 horas en hacer un recorrido. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido otro barco que navega a 32 kilómetros por hora?

La velocidad de navegación y el tiempo que se tarda en hacer el recorrido son magnitudes inversamente proporcionales.

Velocidad (km/h)	24	32
Tiempo (h)	12	x

Se tiene que cumplir que $24 \cdot 12 = 32 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{24 \cdot 12}{32} = 9$.

Con lo cual, el barco que circula a 32 km/h tardará 9 horas.

4.27. Actividad interactiva

4.28. Actividad resuelta.

4.29. (TIC) Reparte 420 en partes inversamente proporcionales a 3 y 4.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{4} = 420 \Rightarrow \frac{4k + 3k}{12} = \frac{7k}{12} = 420 \Rightarrow k = \frac{420 \cdot 12}{7} = 720.$$

El reparto queda así: $\dfrac{720}{3} = 240$; $\dfrac{720}{4} = 180$.

4.30. (TIC) Reparte 468 en partes inversamente proporcionales a 5, 6 y 15.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{5} + \frac{k}{6} + \frac{k}{15} = 468 \Rightarrow \frac{6k + 5k + 2k}{30} = \frac{13k}{30} = 468 \Rightarrow k = \frac{468 \cdot 30}{13} = 1080$$

El reparto queda así: $\dfrac{1080}{5} = 216$; $\dfrac{1080}{6} = 180$; $\dfrac{1080}{15} = 72$.

4.31. Si $x = 2y$, ¿cuánto le corresponderá a x respecto de y en un reparto inversamente proporcional?

Le corresponderá la mitad, ya que si k es la constante de proporcionalidad, el reparto quedará $\dfrac{k}{y}$ y $\dfrac{k}{x}$. Como $x = 2 \cdot y$, se tiene que $\dfrac{k}{x} = \dfrac{k}{2y} = \dfrac{k}{y} : 2$.

4.32. Actividad interactiva

EJERCICIOS

Razones y proporciones

4.33. (TIC) Comprueba si los siguientes números forman proporción.

a) **4, 10, 16, 40**

b) **3, 7, 6, 15**

c) **2, 4, 16, 24**

d) **10, 30, 5, 15**

e) **5, 31, 45, 279**

f) **27, 82, 353, 491**

g) **43, 27, 979, 621**

h) **12, 30, 32, 80**

a) Como $4 \cdot 40 = 160 = 16 \cdot 10$, los números dados forman proporción: $\frac{4}{10} = \frac{16}{40}$.

b) Como $3 \cdot 15 = 45 \neq 42 = 7 \cdot 6$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{3}{7} \neq \frac{6}{15}$.

c) Como $2 \cdot 24 = 48 \neq 16 \cdot 4 = 64$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{2}{4} \neq \frac{16}{24}$.

d) Como $10 \cdot 15 = 150 = 5 \cdot 30$, los números dados forman proporción: $\frac{10}{30} = \frac{5}{15}$.

e) Como $5 \cdot 279 = 1395 = 31 \cdot 45$, los números dados forman proporción: $\frac{5}{31} = \frac{45}{279}$.

f) Como $27 \cdot 491 = 13\,257 \neq 28\,946 = 82 \cdot 353$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{27}{82} \neq \frac{353}{491}$.

g) Como $43 \cdot 621 = 26\,703 \neq 26\,433 = 27 \cdot 979$, los números dados no forman proporción, luego $\frac{43}{27} \neq \frac{979}{621}$.

h) Como $12 \cdot 80 = 960 = 30 \cdot 32$, los números dados forman proporción: $\frac{12}{30} = \frac{32}{80}$.

4.34. (TIC) Halla el número que falta para que formen una proporción.

a) **4, *x*, 10, 5**

b) ***x*, 2, 6, 12**

c) **12, 6, *x*, 2**

d) **5, 7, 10, *x***

a) $\frac{4}{x} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 5}{10} = 2$

b) $\frac{x}{2} = \frac{6}{12} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 2}{12} = 1$

c) $\frac{12}{6} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 2}{6} = 4$

d) $\frac{5}{7} = \frac{10}{x} \Rightarrow x = \frac{10 \cdot 7}{5} = 14$

4.35. ¿Qué valor ha de tener *x* para que $\frac{13}{182} = \frac{17}{x}$ formen una proporción?

Es necesario que $13 \cdot x = 17 \cdot 182 \Rightarrow x = \frac{17 \cdot 182}{13} = 238$.

4.36. En la proporción $\frac{x}{21}=\frac{12}{y}$, halla los valores de x e y sabiendo que la constante de proporcionalidad es $\frac{1}{3}$.

Ha de verificarse que $\frac{x}{21} = \frac{1}{3} = \frac{12}{y} \Rightarrow 3 \cdot x = 21,\ 12 \cdot 3 = y \Rightarrow x = \frac{21}{3} = 7,\ y = 36.$

4.37. (TIC) Halla el valor de las siguientes razones.

a) $\frac{\text{1 hora}}{\text{25 segundos}}$

b) $\frac{\text{1 kg}}{\text{800 g}}$

c) $\frac{\text{12 dm}}{\text{3 m}}$

d) $\frac{\text{1 semana}}{\text{4 horas}}$

En primer lugar se expresan numerador y denominador en las mismas unidades, y a continuación se efectúa el cociente.

a) 1 hora = 3600 segundos, luego $\frac{\text{1 hora}}{\text{25 segundos}} = \frac{\text{3 600 segundos}}{\text{25 segundos}} = 144$

b) 1 kg = 1000 g, luego $\frac{\text{1 kg}}{\text{800 g}} = \frac{\text{1 000 g}}{\text{800 g}} = 1{,}25$

c) 3 m = 30 dm, luego $\frac{\text{12 dm}}{\text{3 m}} = \frac{\text{12 dm}}{\text{30 dm}} = 0{,}4$

d) 1 semana = 7 días = 168 horas, luego $\frac{\text{1 semana}}{\text{4 horas}} = \frac{\text{168 horas}}{\text{4 horas}} = 42$

4.38. Calcula el valor de la letra en las siguientes proporciones.

a) $\frac{2}{5}=\frac{z+3}{150}$

b) $\frac{2y}{3}=\frac{12}{6}$

c) $\frac{x}{12}=\frac{3}{x}$

a) Multiplicando en cruz: $2 \cdot 150 = 5 \cdot (z + 3) \Rightarrow 300 = 5z + 15 \Rightarrow z = \frac{300-15}{5} \Rightarrow z = 57.$

b) Multiplicando en cruz: $6 \cdot 2y = 3 \cdot 12 \Rightarrow 12y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{12} = 3.$

c) Multiplicando en cruz: $x^2 = 3 \cdot 12 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm\sqrt{36} \Rightarrow x = \pm 6.$

Magnitudes directamente proporcionales. Repartos directamente proporcionales

4.39. (TIC) Para hacer una compota de manzana se necesita cierta cantidad de azúcar por kilo de manzana. En la siguiente tabla tienes algunas cantidades.

Manzanas	**4**	**8**	**12**	
Azúcar	**1**	**2**		**32**

a) ¿Existe alguna relación entre las cantidades?

b) Copia en tu cuaderno la tabla y complétala.

c) Calcula, si tiene sentido, la razón de proporcionalidad.

a) Sí, la cantidad de azúcar necesaria se corresponde con la cuarta parte de la cantidad de manzanas.

b)

Manzanas	**4**	**8**	**12**	128
Azúcar	**1**	**2**	3	**32**

c) La razón de proporcionalidad es 0,25, ya que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{32}{128} = 0{,}25$.

4.40. Una impresora imprime 600 páginas en 2 horas. Calcula el número de páginas que imprimirá en 6 horas.

En una hora se imprimen $\frac{600\text{ (pag)}}{2\text{ (h)}} = 300$ páginas.

Por tanto, en 6 horas se pueden imprimir $300 \cdot 6 = 1800$ páginas.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{600}{2} = \frac{1800}{6}$.

4.41. Si 2 bolígrafos cuestan 6 euros, ¿cuánto costarán 3 bolígrafos iguales a los anteriores?

Un bolígrafo cuesta $\frac{6\text{ (euros)}}{2\text{ (bolígrafos)}} = 3$ €. Por tanto, 3 bolígrafos han de costar $3 \cdot 3 = 9$ €.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{6}{2} = \frac{9}{3}$.

4.42. Si 2 kilos de manzanas cuestan 2,40 euros:

a) ¿Cuánto pagarás por 10 kilos?

b) ¿Y por 1,5?

En primer lugar se calcula el precio de 1 kilo de manzanas:

2,40 : 2 = 1,20 €.

Por tanto:

a) 10 kilos han de costar $10 \cdot 1{,}20 = 12$ €.

b) 1,5 kilos costarán $1{,}5 \cdot 1{,}20 = 1{,}80$ €.

4.43. En una campaña de recogida de pilas para reciclar, Yolanda lleva 7 pilas; Ana, 11, y Santiago, 12. Si a cambio reciben 60 bolígrafos, ¿cómo los repartirán de forma proporcional a las pilas que han recogido?

En total había 7 + 11 + 12 = 30 pilas. Por cada pila han recibido $\frac{60 \text{ (bolígrafos)}}{30 \text{ (pilas)}} = 2$ bolígrafos. Deben repartir los bolígrafos proporcionalmente al número de pilas aportadas.

Por tanto:

Yolanda ha de recibir 7 · 2 = 14 bolígrafos.

Ana, 11 · 2 = 22 bolígrafos.

Santiago, 12 · 2 = 24 bolígrafos.

Se observa la siguiente proporción: $\frac{14}{7} = \frac{22}{11} = \frac{24}{12}$.

Además, 14 + 22 + 24 = 60 bolígrafos

Tanto por ciento. Variaciones porcentuales

4.44. (TIC) Halla los siguientes porcentajes.

a) 15 % de 300

b) 25 % de 8000

c) 50 % de 7500

d) 45 % de 1000

a) $\frac{15}{100} \cdot 300 = 0{,}15 \cdot 300 = 45$

b) $\frac{25}{100} \cdot 8000 = 0{,}25 \cdot 8000 = 2000$

c) $\frac{50}{100} \cdot 7500 = 0{,}5 \cdot 7500 = 3750$

d) $\frac{45}{100} \cdot 1000 = 0{,}45 \cdot 1000 = 450$

4.45. ¿Cuánto pagas por una bufanda que cuesta 24 euros si te hacen un descuento del 25 %?

25 % de 24 = $\frac{25}{100} \cdot 24 = 6$ € de descuento. Por tanto, el precio de la bufanda tras el descuento es de 24 – 6 = 18 €.

O bien, si se hace un descuento del 25 %, entonces solo se paga el 75 % del precio de la bufanda, es decir, 75 % de 24 = $\frac{75}{100} \cdot 24 = 0{,}75 \cdot 24 = 18$ €.

4.46. (TIC) Halla *x* en estos casos.

a) El 30 % de *x* es 75.

b) El 47 % de *x* es 141.

c) El 18,50 % de *x* es 43 734.

d) El 1 % de *x* es 2.

a) $0{,}30 \cdot x = 75 \Rightarrow x = \frac{75}{0{,}30} = 250$

b) $0{,}47 \cdot x = 141 \Rightarrow x = \frac{141}{0{,}47} = 300$

c) $0{,}185 \cdot x = 43\,734 \Rightarrow x = \frac{43\,734}{0{,}185} = 236\,400$

d) $0{,}01 \cdot x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{0{,}01} = 200$

4.47. (TIC) Responde a estas preguntas.

a) ¿Qué tanto por ciento de 62 es 15?

b) ¿Qué tanto por ciento de 984 es 123?

c) ¿Qué tanto por ciento de 8940 es 894?

a) $\frac{x}{100} \cdot 62 = 15 \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 100}{62} = 24{,}19$. El 24,19 % de 62 es 15.

b) $\frac{x}{100} \cdot 984 = 123 \Rightarrow x = \frac{123 \cdot 100}{984} = 12{,}5$ %. El 12,5 % de 984 es 123.

c) $\frac{x}{100} \cdot 8940 = 894 \Rightarrow x = \frac{894 \cdot 100}{8940} = 10$ %. El 10 % de 8940 es 894.

4.48. Si el 45 % de un número es 225, ¿cuál es el 70 % de ese número?

45 % de $x = 0{,}45 \cdot x = 225 \Rightarrow x = \frac{225}{0{,}45} = 500$. El número es 500.

70 % de 500 = 0,70 · 500 = 350

4.49. Pilar está pensando hacer un viaje en avión a una ciudad americana, consulta el precio por internet, y el billete de ida y vuelta en la compañía *A* le cuesta 540 euros; luego consulta en la compañía *B* y el precio anterior se incrementa en un 5 %.

¿Cuánto cuesta el billete en la compañía *B*?

En la compañía *B*, el precio es el 105 % del precio en la compañía *A*. Por tanto, en la compañía *B* el precio es: 105 % de 540 = $\frac{105}{100} \cdot 540 = 567$ €.

4.50. (TIC) En una ciudad reciclaron hace dos años 1592 toneladas de cartón. El año pasado, la cantidad reciclada disminuyó un 5,5 %. Tras una campaña de información, este año la cantidad reciclada ha aumentado un 7,8 %.

¿Cuánto cartón se ha reciclado en total?

El año pasado se reciclaron 100 – 5,5 = 94,5. Se recicló el 94,5 % de las 1592 toneladas.

94,5 % de 1592 = 0,945 · 1592 = 1504,44 toneladas.

Este año se ha reciclado 100 + 7,8 = 107,8 % de las 1504,44 toneladas del año anterior, es decir:

107,8 % de 1504,44 = 1,078 · 1504,44 = 1621,79 toneladas.

O bien, 107,8 % de (94,5 % de 1592) = 1621,79 toneladas.

Magnitudes inversamente proporcionales. Repartos inversamente proporcionales

4.51. Cuatro pintores tardan 6 horas en pintar una casa. Calcula cuántos días tardarán en pintar esa misma casa 8 pintores.

El número de pintores y el tiempo que se tarda en pintar una casa son magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de pintores	4	8
Tiempo (h)	6	x

Se tiene que cumplir que $4 \cdot 6 = 8 \cdot x \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 6}{8} = 3$. Por tanto, tardan 3 horas en pintar la casa.

4.52. El jardín de un parque lo han plantado 3 jardineros trabajando en total 120 horas.

¿Cuántas horas tendrán que trabajar 9 jardineros para plantar un jardín igual al anterior?

El número de jardineros y el tiempo de trabajo necesario son magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de jardineros	3	9
Tiempo (horas)	120	x

Se tiene que cumplir que $120 \cdot 3 = 9 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{120 \cdot 3}{9} = 40$.

Por tanto, 9 jardineros solo tendrían que trabajar 40 horas.

4.53. Un ganadero tiene pienso para alimentar 25 vacas durante 42 días. ¿Cuánto le duraría el pienso si solo tuviese 15 vacas?

El número de vacas y el tiempo que dura el pienso son magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de vacas	25	15
Tiempo (días)	42	x

Se tiene que cumplir que $25 \cdot 42 = 15 \cdot x \Rightarrow x = \dfrac{25 \cdot 42}{15} = 70$. Por tanto, el pienso le duraría 70 días.

4.54. (TIC) Reparte 15 750 en partes inversamente proporcionales a 6, 10 y 12.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{6} + \frac{k}{10} + \frac{k}{12} = 15\,750 \Rightarrow \frac{20k + 12k + 10k}{120} = \frac{42 \cdot k}{120} = 15\,750 \Rightarrow k = \frac{15\,750 \cdot 120}{42} = 45\,000$$

El reparto queda así: $\dfrac{45\,000}{6} = 7500$; $\dfrac{45\,000}{10} = 4500$; $\dfrac{45\,000}{12} = 3750$.

4.55. Miguel, Lucía, Hugo y Ana tienen, respectivamente, 4, 5, 10 y 20 cromos, así que deciden repartir 60 cromos más de forma inversamente proporcional al número de cromos que tienen ahora. Calcula cuántos corresponden a cada uno.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{4} + \frac{k}{5} + \frac{k}{10} + \frac{k}{20} = 60 \Rightarrow \frac{5k + 4k + 2k + k}{20} = \frac{12\,k}{20} = 60 \Rightarrow k = \frac{60 \cdot 20}{12} = 100$$

Miguel recibe $\dfrac{100}{4} = 25$ cromos; Lucía, $\dfrac{100}{5} = 20$; Hugo, $\dfrac{100}{10} = 10$, y Ana, $\dfrac{100}{20} = 5$.

4.56. (TIC) Si las dimensiones de un rectángulo son 12 centímetros de ancho y 15 de largo, ¿cuánto medirá el ancho de un rectángulo con la misma superficie que el anterior si de largo tiene 0,3 metros?

El área del rectángulo inicial es $A = 12 \cdot 15 = 180$ cm^2.

En primer lugar se deben expresar en cm las dimensiones del largo del nuevo rectángulo:

0,3 m = 30 cm. En el nuevo rectángulo se ha de verificar: $180 = a \cdot 30 \Rightarrow a = \dfrac{180}{30} = 6$ cm. Por tanto, el ancho del nuevo rectángulo debe ser de 6 cm.

4.57. En un refugio de montaña hay provisiones para 8 montañeros durante 3 días.

a) Si han llegado a él 4 montañeros, ¿cuántos días durarán las provisiones?

b) Alberto estuvo en el refugio con sus amigos durante 4 días. ¿Cuántos amigos eran en total?

a) El número de montañeros y el tiempo que duran las provisiones son magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de montañeros	8	4
Tiempo (días)	3	x

Se tiene que cumplir que $8 \cdot 3 = 4 \cdot x \Rightarrow x = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$. Por tanto, 4 montañeros tienen provisiones para 6 días.

b) Basta averiguar el valor de x en la tabla:

N.º de montañeros	8	y
Tiempo (días)	3	4

Como son magnitudes inversamente proporcionales, se ha de verificar que $8 \cdot 3 = 4 \cdot y \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$. Por tanto, en total eran 6 personas (Alberto más 5 amigos).

PROBLEMAS

4.58. (TIC) En una clase de 35 alumnos han aprobado matemáticas 27 de ellos. En otra de 30 alumnos han aprobado 22.

¿En cuál de las dos clases se ha obtenido mejor resultado?

La proporción de aprobados en la primera clase es $\frac{27}{35}$, y en la segunda, $\frac{22}{30}$. Para comparar ambas proporciones es necesario poner común denominador:

m.c.m.(30, 35) = $7 \cdot 5 \cdot 6 = 210 \Rightarrow \frac{27}{35} = \frac{162}{210}$ y $\frac{22}{30} = \frac{154}{210}$. Como $\frac{27}{35} = \frac{162}{210} > \frac{154}{210} = \frac{22}{30}$, la proporción de aprobados es mejor en la primera clase.

4.59. (TIC) Un tren que lleva una velocidad de 80 kilómetros por hora tarda 3,5 horas en hacer un trayecto. ¿Cuánto tardará en hacer el mismo recorrido si disminuye su velocidad en 10 kilómetros por hora?

El tren recorre en total 80 km/h · 3,5 h = 280 km.

Si se recorren 280 km a 70 km/h, se tardan 280 : 70 = 4 horas.

4.60. En un momento del día, un árbol de 15 metros proyecta una sombra de 18 metros.

¿Cuánto mide un edificio que en ese momento proyecta una sombra de 48 metros?

La longitud de la sombra y la altura del edificio son magnitudes directamente proporcionales.

Se ha de verificar que $\frac{15}{18} = \frac{x}{48} \Rightarrow x = \frac{15 \cdot 48}{18} = 40$. El edificio mide 40 metros.

4.61. Gabriel decide donar el 15 % del dinero que le han dado por su cumpleaños a una ONG. Si recibió 30 euros, ¿cuánto donó?

15 % de 30 = $\frac{15}{100} \cdot 30 = 4{,}5$. Gabriel ha donado 4,50 €.

4.62. (TIC) Una persona deja 62 080 euros para que sean repartidos entre tres asociaciones benéficas de su ciudad. El reparto debe hacerse inversamente proporcional al número de socios que tiene cada una. En la asociación *A* hay 260 socios; en la *B*, 180, y en la *C*, 70.

¿Cuánto deberá recibir cada asociación?

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k: $\frac{k}{260}+\frac{k}{180}+\frac{k}{70}=62\,080 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{63k+91k+234k}{16\,380}=\frac{388 \cdot k}{16\,380}=62\,080 \Rightarrow k=\frac{62\,080 \cdot 16\,380}{388}=2\,620\,800$$

La asociación *A* recibirá $\frac{2\,620\,800}{260}=10\,080$ €; la asociación *B*, $\frac{2\,620\,800}{180}=14\,560$ €, y la asociación *C*, $\frac{2\,620\,800}{70}=37\,440$ €.

4.63. Para empapelar una habitación se necesitan 40 rollos de papel de 0,68 m de ancho. Si los rollos tuvieran un ancho de 0,34 m, ¿cuántos se necesitarían para empapelar la misma habitación?

El número de rollos y la anchura de los mismos son magnitudes inversamente proporcionales:

N.º de rollos	40	x
Anchura de los rollos	0,68	0,34

Se ha de verificar que $40 \cdot 0{,}68 = x \cdot 0{,}34 \Rightarrow x=\frac{40 \cdot 0{,}68}{0{,}34}=80$. Por tanto, se necesitan 80 rollos.

4.64. (TIC) Nerea tiene una tienda y compra a un mayorista género por 1800 euros. Este le hace un descuento del 10 % sobre esa cantidad y luego le carga el 18 % de IVA.

Rafa compra género al mismo mayorista también por 1800 euros, pero a él le carga primero el 18 % de IVA y luego le hace el descuento del 10 %.

¿Cuál de los dos paga menos?

Ambos pagan igual.

Nerea:

10 % de 1800 = 0,1 · 1800 = 180 € (descuento)

1800 – 180 = 1620 € tras el descuento.

18 % de 1620 = 0,18 · 1 620 = 291,60 € (IVA)

1620 + 291,60 = 1911,60 € es el total.

Rafa:

18 % de 1800 = 0,18 · 1800 = 324 € (IVA)

1800 + 324 = 2124 €

10 % de 2124 = 0,1 · 2124 = 212,40 € (descuento)

2124 – 212,40 = 1911,60 € es el total.

Nerea paga 1,18 · 0,9 · 1800 = 1911,60 euros y Rafa paga 0,9 · 1,18 · 1800 = 1911,60 euros. Ambos productos son iguales.

4.65. (TIC) Cuatro amigos han sido premiados en un concurso con 3250 euros por un trabajo que realizaron del siguiente modo: el primero hizo $\frac{1}{8}$; el segundo, $\frac{2}{7}$; el tercero, $\frac{4}{7}$, y el cuarto, el resto. ¿Cuánto corresponderá a cada uno?

A cada uno le ha de corresponder una fracción del total proporcional al trabajo realizado.

Por tanto, al primero le corresponde $\frac{1}{8}$ de 3250 = $\frac{1}{8} \cdot 3250 = 406{,}25$ €; al segundo, $\frac{2}{7}$ de 3250 = $\frac{2}{7} \cdot 3250 = 928{,}57$ €; al tercero, $\frac{4}{7}$ de 3250 = $\frac{4}{7} \cdot 3250 = 1857{,}14$ €, y al último, el resto, es decir, 3250 – 406,25 – 928,57 – 1857,14 = 58,04 €.

4.66. (TIC) Entre tres pintores han pintado el interior de una casa de campo y han cobrado 2500 euros más el 18 % de IVA. Un pintor ha trabajado los 12 días que ha durado la obra, otro ha trabajado 8 días, y otro, sólo 3. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?

El total cobrado es el 118 % de 2500 = 1,18 · 2500 = 2950 €. A cada uno le ha de corresponder una fracción del total proporcional al trabajo realizado.

Por tanto, al primero le corresponden $\frac{12}{23}$ de 2950 = $\frac{12}{23} \cdot 2950 = 1539{,}13$ €; al segundo, $\frac{8}{23}$ de 2950 = = $\frac{8}{23} \cdot 2950 = 1026{,}09$ €, y al tercero, el resto, 2950 – 1539,13 – 1026,09 = 384,78 €.

4.67. La leche da, por término medio, un 15 % de nata, y esta da un 25 % de mantequilla.

a) Con 20 litros de leche, ¿cuánta nata se puede obtener?

b) ¿Cuánta mantequilla se obtiene con 80 litros de leche?

a) 15 % de 20 = 0,15 · 20 = 3. Se obtienen 3 litros de nata.

b) 15 % de 80 = 0,15 · 80 = 12. Con 80 litros de leche se obtienen 12 litros de nata.

25 % de 12 = 0,25 · 12 = 3. Con 12 litros de nata se obtienen 3 litros de mantequilla.

Se puede hacer en un paso con porcentajes anidados: 0,15 · 0,25 · 80 = 3 litros de mantequilla.

4.68. Tres familias deciden alquilar un apartamento en la playa para pasar las vacaciones en el mes de agosto.

Observa qué días disfrutará cada una del apartamento.

El alquiler del apartamento el mes completo asciende a 1912 euros. Las tres familias deciden aportar 100 euros fijos más la parte proporcional que les corresponda según el número de días que vayan a utilizar el apartamento. ¿Cuánto pagará cada una?

Como aportan 100 euros fijos cada familia, en total aportan 300 €. Por tanto, quedan por pagar 1912 – 300 = 1612 €. La familia de Rocío ha estado 14 días; la de Andrea, 8, y la de Nicolás, 9. Por lo tanto, se hace un reparto proporcional de 1612 € respecto a 14, 8 y 9:

La familia de Rocío añadirá a los 100 € de partida $\frac{14 \cdot 1612}{31} = 728$ €, pagando un total de 828 euros.

La familia de Andrea añadirá a los 100 € de partida $\frac{8 \cdot 1612}{31} = 416$ €, pagando un total de 516 euros.

La familia de Rocío añadirá a los 100 € de partida $\frac{9 \cdot 1612}{31} = 468$ €, pagando un total de 568 euros.

4.69. Se reparten 154 caramelos entre cuatro niños de forma inversamente proporcional a sus edades. Si uno de los niños tiene 4 años, dos niños tienen 5 y otro tiene 10, ¿cuántos caramelos le corresponden a cada uno?

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa k:

$$\frac{k}{4}+\frac{k}{5}+\frac{k}{5}+\frac{k}{10} = 154 \Rightarrow \frac{5k+4k+4k+2k}{20} = \frac{15 \cdot k}{20} = 154 \Rightarrow k = \frac{154 \cdot 20}{15} = \frac{616}{3}$$

El reparto queda así: $\frac{616}{12}$, $\frac{616}{15}$, $\frac{616}{15}$ y $\frac{616}{30}$, es decir 51, 41, 41 y 21 caramelos respectivamente.

4.70. La habitación de un hotel cuesta 31 euros por persona y noche.

¿Cuánto ha de pagar una familia de 4 personas por 3 noches si utilizan dos habitaciones?

Una persona paga 31 € por una noche. Por tanto, por tres noches ha de pagar 31 · 3 = 93 €. Como son 4 personas, habrán de pagar 93 · 4 = 372 €.

4.71. (TIC) Un embalse de 425 hectómetros cúbicos se encontraba el año pasado a un 60 % de su capacidad. Este año ha descendido respecto al año anterior un 77 %.

¿Cuál es su capacidad actualmente?

Si el nivel del agua ha descendido un 77 %, significa que queda un 23 % del agua inicial.

Luego este año contiene 0,23 · 425 = 97,75 hectómetros cúbicos.

Para calcular el porcentaje que esto supone sobre el total, se utiliza la siguiente proporción:

$$\frac{425}{60} = \frac{97{,}75}{x} \Rightarrow x = \frac{97{,}75 \cdot 60}{425} = 13{,}8\ \%$$

4.72. (TIC) Los ciudadanos de un país están obligados a realizar una declaración anual de la renta y a pagar, en consecuencia, los impuestos determinados en la siguiente tabla.

Mínimo exento, de 0 a 12 000 €	**0 %**
Desde 12 000 € hasta 18 000 €	**24 %**
Desde 18 000 € hasta 32 000 €	**28 %**
Desde 32 000 € hasta 52 000 €	**37 %**
De 52 000 € en adelante	**43 %**

De esta forma, Ángel, que ha ganado 20 000 euros, deberá pagar:

- **El 24 % de los 6000 euros que corresponden al segundo tramo.**
- **Más el 28 % de los 2000 euros que corresponden al tercer tramo.**

a) Calcula la cantidad total que debe pagar Ángel.

b) Calcula la cantidad que tiene que pagar Paula, que ha ganado 40 000 euros durante ese mismo año.

a) 24 % de 6000 = 0,24 · 6000 = 1440 €; 28 % de 2000 = 0,28 · 2000 = 560

Ángel debe pagar 1440 + 560 = 2000 €.

b) Paula debe pagar:

- 24 % de 6000 € correspondientes al segundo tramo: 0,24 · 6000 = 1440 €
- 28 % de 14 000 € correspondientes al tercer tramo: 0,28 · 14 000 = 3920 €
- 37 % de 8000 € correspondientes al cuarto tramo: 0,37 · 8000 = 2960 €

Paula debe pagar 1440 + 3920 + 2960 = 8320 €.

4.73. (TIC) Dos socios aportan 15 000 euros cada uno y forman una sociedad. Al año ingresa otro socio aportando también 15 000 euros, y dos años más tarde ingresa otro socio aportando la misma cantidad. Al cabo de 5 años se liquida la sociedad por 85 000 euros. Se reparten los beneficios de manera directamente proporcional al tiempo que han tenido invertido el capital. ¿Cuánto recibe cada uno?

En total invirtieron 15 000 · 4 = 60 000 €.

Por tanto, el beneficio a repartir es: 85 000 – 60 000 = 25 000 €.

Los dos primeros socios invirtieron su dinero durante ocho años; el tercero, durante siete años, y el último, durante cinco años. En total: 8 + 8 + 7 + 5 = 28.

Por cada año de inversión se reciben $\frac{25\,000}{28} = 892{,}86$ €.

Cada uno de los dos primeros socios recibirá 892,86 · 8 = 7142,88 €.

El tercer socio recibirá 892,86 · 7 = 6250,02 €. El cuarto socio recibirá 892,86 · 5 = 4464,30 €.

4.74. Tres empleados de una empresa han realizado horas extra de forma inversamente proporcional a los años que llevan trabajando en ella. Juan lleva 20 años en la empresa y hace 16 horas.

a) ¿Cuántas horas extra ha hecho Carlota, que lleva 40 años?

b) ¿Cuántos años lleva Ramón, si ha hecho 64 horas?

a) Tal como se ha realizado el reparto, el número de años en la empresa y el número de horas extra son magnitudes inversamente proporcionales.

Años trabajados	20	40
N.º de horas	16	x

Se tiene que cumplir que $20 \cdot 16 = 40 \cdot x \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 16}{40} = 8$.

Por tanto, Carlota ha hecho 8 horas.

b) De modo análogo al caso anterior, se tiene la tabla:

Años trabajados	20	y
N.º de horas	16	64

Se tiene que cumplir que $20 \cdot 16 = 64 \cdot y \Rightarrow y = \frac{20 \cdot 16}{64} = 5$.

Por tanto, Ramón lleva 5 años en la empresa.

4.75. (TIC) En una competición de patinaje artístico con 123 participantes, los $\frac{4}{7}$ de los hombres forman pareja con los $\frac{3}{5}$ de las mujeres.

Sabiendo que cada persona solo puede participar en una modalidad, ¿cuántos hombres y cuántas mujeres participan en la modalidad individual?

Si llamamos x al número de hombres e y al de mujeres, sabemos que $x + y = 123$.

Los que se emparejan son $\frac{4}{7}$ de x hombres con $\frac{3}{5}$ de y mujeres, luego: $\frac{4x}{7} = \frac{3y}{5} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{4\cdot(123-y)}{7} = \frac{3y}{5} \Rightarrow 4\cdot(123-y)\cdot 5 = 7\cdot 3y \Rightarrow 41y = 2460 \Rightarrow y = 60 \text{ mujeres} \Rightarrow x = 63 \text{ hombres.}$$

De ellos, compiten individualmente: $\frac{3}{7}$ de 63 = 27 hombres y $\frac{2}{5}$ de 60 = 24 mujeres.

AMPLIACIÓN

4.76. María hace cada día de verano unos cuantos largos en una piscina. Cierto día, después de haber hecho un determinado número de largos, había completado el 20 % del total y, haciendo un largo más, completó el 25 % del total. ¿Cuántos largos hizo ese día?

a) 20 **b) 30** **c) 40** **d) 50**

Nos dicen que $\frac{20}{100} \cdot n + 1 = \frac{25}{100} \cdot n$, es decir, resolviendo, n = 20.

Así pues, la respuesta correcta es la a.

4.77. Una lámina de determinado cristal absorbe el 20 % de la luz roja que le llega.

¿Cuál es el mínimo número de láminas que debemos colocar para que puedan absorber al menos la mitad de la luz roja que les llegue?

a) 3 **b) 4** **c) 5** **d) 50**

Con 1 lámina pasa el 80 % de la luz que llega, es decir, los $\frac{4}{5}$. Con 2, pasará $\left(\frac{4}{5}\right)^2$. Con n láminas pasará $\left(\frac{4}{5}\right)^n$, y nos piden el menor n para que pase menos de la mitad de la luz que llegue, o sea, para que $\left(\frac{4}{5}\right)^n < \frac{1}{2}$. Un simple tanteo nos lleva a n = 4, luego la respuesta correcta es la b.

4.78. Un contenedor pesa 242 kg cuando está lleno y 188 kg cuando está medio lleno.

¿Cuántos kg pesa cuando está vacío?

a) 94 **b) 168** **c) 134** **d) 54**

La mitad del contenido pesa 242 – 188 = 54 kg, es decir, el contenido completo pesa 108 kg, y el contenedor vacío pesará 242 – 108 = 134 kg. Luego la respuesta correcta es la c.

4.79. En cierta reunión hay un 80 % de chicas. Al cabo de un tiempo abandonan la reunión el 75 % de las chicas.

¿Qué porcentaje de chicas queda ahora?

a) 5 % **b) 20 %** **c) 50 %** **d) 60 %**

Para fijar ideas, si hay 100 personas, 80 son chicas, de las que abandonan la reunión el 75 %, es decir, 60 chicas, quedando entonces 20 chicas de un total de 100 – 60 = 40 personas, lo que supone el 50 %. Luego la respuesta correcta es la c.

4.80. Antonio ha heredado una importante fortuna. Debe pagar el 20 % por un determinado impuesto, y después, un 10 % de lo que le queda en otro impuesto.

Si en total paga 10 500 €, ¿cuál fue el total de la herencia?

a) 37 500 **b) 35 000** **c) 32 500** **d) 30 000**

Si la herencia es de 100 €, pagaría 20 + $\frac{10}{100}80$ = 28 €. Así pues, si por 100 € de fortuna paga 28 €, pagar 10 500 € supone que la fortuna heredada es de $\frac{10500 \cdot 100}{28}$ = 37 500 €. Luego la respuesta correcta es la a.

AUTOEVALUACIÓN

4.1. Calcula el valor de las letras para que formen proporciones.

a) 4, *a*, 12, 6 **b) 27, 15, *x* + 1, 5**

a) $\frac{4}{a} = \frac{12}{6} \Rightarrow 4 \cdot 6 = 12 \cdot a \Rightarrow 12a = 24 \Rightarrow a = \frac{24}{12} \Rightarrow a = 2$

b) $\frac{27}{15} = \frac{x+1}{5} \Rightarrow (x + 1) \cdot 15 = 27 \cdot 5 \Rightarrow 15x + 15 = 135 \Rightarrow x = \frac{135-15}{15} \Rightarrow x = 8$

4.2. Calcula la razón de proporcionalidad o la constante de proporcionalidad inversa, si es posible, entre las dos magnitudes de estas tablas y complétalas en tu cuaderno.

a)

Magnitud 1.ª	**3**	**4**	**12**		**144**
Magnitud 2.ª	**9**		**36**	**54**	

b)

Magnitud 1.ª	**4**	**12**	**144**		
Magnitud 2.ª		**36**	**3**	**54**	**9**

c)

Magnitud 1.ª		**4**	**5**		**10**
Magnitud 2.ª	**9**		**25**	**81**	**100**

a) La razón de proporcionalidad es 3.

Magnitud 1.ª	**3**	**4**	**12**	18	**144**
Magnitud 2.ª	**9**	12	**36**	**54**	432

b) Son magnitudes inversamente proporcionales, y la constante de proporcionalidad inversa es 432.

Magnitud 1.ª	**4**	**12**	**144**	8	48
Magnitud 2.ª	108	**36**	**3**	**54**	**9**

c) Las magnitudes no son proporcionales, ni directa ni inversamente.

Magnitud 1.ª	3	**4**	**5**	9	**10**
Magnitud 2.ª	**9**	16	**25**	**81**	**100**

4.3. Reparte 420 en proporción directa a 3, 5 y 7.

3 + 5 + 7 = 15. La constante de proporcionalidad es $k = \frac{420}{15} = 28$.

El reparto es $x = 28 \cdot 3 = 84$; $y = 28 \cdot 5 = 140$; $z = 28 \cdot 7 = 196$.

4.4. Reparte 420 en proporción inversa a 3, 5 y 7.

Se calcula la constante de proporcionalidad inversa *k*:

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{7} = 420 \Rightarrow \frac{35k + 21k + 15k}{105} = \frac{71k}{105} = 420 \Rightarrow k = \frac{420 \cdot 105}{71} = 621{,}13$$

El reparto queda así: $\frac{621{,}13}{3} = 207{,}04$, $\frac{621{,}13}{5} = 124{,}23$ y $\frac{621{,}13}{7} = 88{,}73$

4.5. Contesta a las siguientes cuestiones.

a) ¿Cuál es el 30 % de 20 centímetros?

b) ¿Cuál es el 25 % de 2000 kilogramos?

c) Si 25 euros es el 50 % de una cantidad, ¿cuál es esta cantidad?

d) ¿Qué tanto por ciento de 560 es 14?

a) 30 % de 20 = 0,30 · 20 = 6 centímetros

b) 25 % de 2000 = 0,25 · 2000 = 500 kilogramos

c) 50 % de x = 0,5 · x = 25 $\Rightarrow x$ = 50 €

d) x % de 57 = $\frac{x}{100} \cdot 57 = 14 \Rightarrow x = \frac{14 \cdot 100}{57}$ = 24,56. El 24,56 % de 57 es 14.

4.6. El gasto de teléfono de Juan asciende a 30 euros. Si le aplican un 10 % de descuento por una promoción y luego le suman el 18 % de IVA, ¿cuánto tiene que pagar?

10 % de 30 = 0,1 · 30 = 3 € de descuento. Por tanto, la factura es de 30 – 3 = 27 €.

18 % de 27 = 0,18 · 27 = 4,86 €. En total tiene que pagar: 27 + 4,86 = 31,86 €.

O bien: 0,90 · 1,18 · 30 = 31,86 €.

4.7. Si 6 obreros cavan una zanja en 5 días, ¿cuánto tardarán en hacer la misma zanja 4 obreros?

El número de obreros y el tiempo que tardan en cavar la zanja son magnitudes inversamente proporcionales.

N.º de obreros	6	4
Tiempo (días)	5	x

Se tiene que cumplir que 6 · 5 = 4 · $x \Rightarrow x = \frac{30}{4}$ = 7,5. Por tanto, 4 obreros tardan 7,5 días.

4.8. Si por 5 días de trabajo 6 obreros cobran 1080 euros, ¿cuánto cobrarán esos mismos obreros por trabajar 4 días más?

Los seis obreros cobran 1080 : 5 = 216 € por día de trabajo. Por tanto, por cuatro días cobran 216 ·4 = = 864 €. Es decir, por trabajar 5 + 4 = 9 días cobrarán 1080 + 864 = 1944 €.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Relaciona y planifica > Cambio de divisas

4.1. En una tienda se dice que un artículo cuesta 100 dólares, y se indica que esa cantidad equivale a 77 euros. ¿Qué tipo de cambio se ha aplicado?

Cada dólar equivale a 0,77 euros.

4.2. El tipo de cambio oficial de dólares a euros un día cualquiera es de 0,755 euros por cada dólar. ¿Cuál será el tipo para hacer el cambio de euros a dólares?

El tipo de cambio será de 1/0,755 = 1,325, aproximadamente.

4.3. El Banco Brando te permite comprar dólares a un precio de 0,75 euros por cada dólar, y te cobra una comisión del 4 % de la cantidad en euros que hayas cambiado. Alba ha cambiado 300 euros a dólares, sin contar la comisión. ¿Cuántos dólares recibirá? ¿Cuánto habrá gastado, sumando la comisión del banco? ¿A qué precio le sale finalmente cada dólar?

Recibirá 300 : 0,75 = 400 dólares. La comisión será de 12 euros, por lo que habrá comprado 400 dólares por 312 euros. El dólar le sale a 0,78 euros.

4.4. Para hacer el cambio más rápidamente, se puede utilizar una tabla para las cantidades más habituales. Por ejemplo, un turista en Estados Unidos necesitará tener referencias de las cantidades que más va a utilizar. Copia y completa las tablas en tu cuaderno.

Dólares	**1**	**5**	**10**	**20**	**50**	**100**	**200**
Euros	0,75	3,75	7,5	15	37,5	**75**	150

Euros	**1**	**5**	**10**	**20**	**50**	**100**	**300**
Dólares	1,33	6,67	13,33	26,67	66,67	133,33	**400**

Calcula y analiza > Cobrando por horas

4.1. Uno de los futbolistas mejor pagados del mundo cobra 43 millones de dólares al año. Utilizando el cambio de la actividad 2 del problema anterior, expresa su sueldo en euros.

43 000 000 · 0,755 = 32 465 000 euros

4.2. Durante la pasada temporada, el jugador disputó 49 partidos, contando la Liga, la Liga de Campeones y la Copa del Rey, acumulando en total 4205 minutos de juego. En esos partidos consiguió 43 goles.

a) ¿Cuál es la media de minutos por partido? ¿Y la media de goles?

b) Si en el sueldo sólo se valoraran los goles, ¿cuánto ha costado cada gol?

c) ¿Cuánto cobró el jugador por partido? ¿Y por cada hora de juego?

d) Repartiendo su sueldo en el año, ¿cuánto cobró por mes? ¿Y al día? ¿Y por hora?

a) Media de minutos: 82. Media de goles: 0,88

b) Cada gol cuesta 755 000 euros.

c) Por partido: unos 663 000 euros. Por hora: unos 463 000 euros.

d) Por mes: algo más de 2 700 000 euros. Por día: casi 90 000 euros. Por hora: más de 3 700 euros.

4.3. El salario medio anual en España se sitúa en 21 500 euros al año. Expresa en función de este salario el sueldo del futbolista. ¿A cuántos minutos de juego equivale uno de estos sueldos?

El sueldo del futbolista equivale al salario medio de 1510 personas. Gana la cantidad equivalente al salario medio anual en unos 21 minutos.

Lee y contrasta > El hombre que calculaba

–¿Traéis quizá algo de comer? Me estoy muriendo de hambre…

–Me quedan tres panes –respondí.

–Yo llevo cinco –dijo a mi lado el Hombre que Calculaba.

–Pues bien –sugirió el jeque–, yo os ruego que juntemos esos panes y hagamos un reparto equitativo. Cuando llegue a Bagdad prometo pagar con ocho monedas de oro el pan que coma. […]

–Os dejo, amigos míos –dijo el jeque–. Quiero, sin embargo, repetiros mi agradecimiento por el gran auxilio que me habéis prestado. Y para cumplir la palabra dada, os pagaré lo que tan generosamente disteis.

Y dirigiéndose al Hombre que Calculaba le dijo:

–Recibirás cinco monedas por los cinco panes.

Y volviéndose a mí añadió:

–Y tú, ¡oh, bagdalí!, recibirás tres monedas por los tres panes.

4.1. ¿Te parece correcto el reparto que hizo el jeque? Beremiz no estaba de acuerdo, y propuso otro, explicando que era más justo. Para entenderlo, sigue estos pasos:

a) Calcula el pan que comió cada uno.

b) Beremiz y su compañero aportaron pan. Calcula la diferencia entre el pan que puso cada uno y el que se comió.

c) Las diferencias anteriores suman el pan que comió el jeque. Reparte las 8 monedas de forma proporcional al pan que le dio cada uno de los viajeros al jeque.

a) Cada uno comió $\frac{8}{3}$ del pan.

b) Beremiz aportó 5 y comió $\frac{8}{3}$, luego dio al jeque la diferencia, $\frac{7}{3}$. Su compañero aportó 3 y comió $\frac{8}{3}$, por lo que dio al jeque $\frac{1}{3}$.

a) Si cada uno recibe de las 8 monedas la cantidad proporcional a lo que dio al jeque, Beremiz recibirá 7 monedas, y su compañero, 1.

4.2. Beremiz explicó que ese era el reparto matemáticamente justo, pero aún así, decidió repartir las monedas a partes iguales. Y tú, ¿qué habrías hecho?

Actividad para el debate.

Un padre dejó en herencia 35 camellos a sus tres hijos, de forma que el mayor se llevaría la mitad; el mediano, la tercera parte, y el menor, la novena parte.

Los hermanos discutían, ya que parecía imposible hacer el reparto sin trocear camellos, cuando apareció Beremiz y propuso una solución.

4.3. En primer lugar, comprueba que no es posible hacer ese reparto (¡con camellos vivos!).

Las fracciones correspondientes no dan resultados enteros.

4.4. Suma las fracciones que indicó el padre. ¿Suman 1? ¿Qué consecuencias tiene este hecho?

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{9+6+2}{18}=\frac{17}{18}$, menor que 1. No se reparte todo

4.5. Beremiz dio su propio camello a los hermanos, y les pidió que hicieran el reparto. Hazlo, y comprueba que ahora es posible.

Con 36 camellos, los hermanos reciben 18, 12 y 4, respectivamente. Sobran dos.

4.6. Con ese reparto sobraron dos camellos: el de Beremiz, que le devolvieron, y otro más, que los hermanos le entregaron como muestra de agradecimiento. De los 35 camellos del principio, ¿qué fracción se llevó cada hermano? ¿Es mayor o menor de la que le correspondía?

Los hermanos se llevan $\frac{18}{35}$, $\frac{12}{35}$ y $\frac{4}{35}$, es decir, algo más de lo que indicó el padre.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Ana María Álvarez, Marina Díaz, Mariano García, Isabel de los Santos, Francisco José Valencia**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar, Silvia Fernández**

Revisión contenidos: **Jesús García Gual**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Estudio "Haciendo el león", José Manuel Pedrosa**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Impreso en España – *Printed in Spain*