

6 Ecuaciones

ACTIVIDADES INICIALES

- 6.I. **Descubre el truco del mago. ¿Conoces alguno similar para adivinar, por ejemplo, la edad de una persona?**

Partiendo de un número cualquiera “ x ” y siguiendo las instrucciones del mago tenemos:

1.º Multiplica por 4 $\rightarrow 4 \cdot x$

2.º Súmale 8 $\rightarrow 4 \cdot x + 8$

3.º Divide el resultado entre 2 $\rightarrow \frac{4 \cdot x + 8}{2} = 2x + 4$

4.º Resta el número que pensaste $\rightarrow 2 \cdot x + 4 - x = x + 4$

Luego el resultado es 4 unidades mayor que el número pensado. Para averiguar el número pensado bastará restar 4 unidades a la respuesta del espectador.

- 6.II. **Crea un truco parecido y muéstraselo a tus compañeros.**

Pregunta abierta.

- 6.III. **Copia los acertijos que han inventado en tu clase y trata de descubrir el truco, igual que hiciste con el del mago.**

Pregunta abierta.

- 6.IV. **Algunos números tienen un significado simbólico. En muchas culturas, el 13 “trae mala suerte”. Otros números tienen un significado oculto: 3, 7, 12, 40... Escoge uno de estos números “especiales” y busca su significado**

Por ejemplo, el número 13 era un número sagrado para los mayas, el cual representaba las 13 fases lunares. En muchos países occidentales, el 13 es visto como un número de la mala suerte. Esta superstición parece venir del hecho de que a la mesa de la Última Cena se sentaron 13 personas y en menos de 24 horas dos de ellas estaban muertas: Jesús de Nazaret y Judas.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 6.1. **Actividad resuelta.**

- 6.2. **Copia y completa de modo que las expresiones se conviertan en igualdades numéricas.**

a) $5 + \square - 2 = 13$

c) $2 \cdot \square = 32$

b) $4 \cdot 5 - \square = 17$

d) $4 + 6 \cdot \square = 18 + 10$

a) $5 + \boxed{10} - 2 = 13$

c) $2 \cdot \boxed{16} = 32$

b) $4 \cdot 5 - \boxed{3} = 17$

d) $4 + 6 \cdot \boxed{4} = 18 + 10$

6.3. (TIC) Comprueba que el valor asignado a x es solución de la ecuación correspondiente.

a) $2x + 5 = x - 15$ $x = -20$

b) $\frac{x-10}{2} = 2 - x$ $x = 4$

c) $10 + 3(x - 2) = x - 2$ $x = -3$

d) $(x - 7)^2 = 64$ $x = -1$

e) $3 - 2x + 8 = x + \frac{7}{2}$ $x = \frac{5}{2}$

a) $2x + 5 = x - 15$ $x = -20$

{ Sustitución en el primer miembro: $2 \cdot (-20) + 5 = -40 + 5 = -35$

{ Sustitución en el segundo miembro: $(-20) - 15 = -35$

Son iguales, luego sí es solución.

b) $\frac{x-10}{2} = 2 - x$ $x = 4$

{ Sustitución en el primer miembro: $\frac{4-10}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

{ Sustitución en el segundo miembro: $2 - 4 = -2$

No son iguales, luego no es solución.

c) $10 + 3(x - 2) = x - 2$ $x = -3$

{ Sustitución en el primer miembro: $10 + 3((-3) - 2) = 10 + 3 \cdot (-5) = 10 - 15 = -5$

{ Sustitución en el segundo miembro: $(-3) - 2 = -5$

Son iguales, luego sí es solución.

d) $(x - 7)^2 = 64$ $x = -1$

{ Sustitución en el primer miembro: $((-1) - 7)^2 = (-8)^2 = 64$

{ Segundo miembro: 64

Son iguales, luego sí es solución.

e) $3 - 2x + 8 = x + \frac{7}{2}$ $x = \frac{5}{2}$

{ Sustitución en el primer miembro: $3 - 2 \cdot \frac{5}{2} + 8 = 3 - 5 + 8 = 6$

{ Sustitución en el segundo miembro: $\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = 6$

Son iguales, luego sí es solución.

6.4. (TIC) Comprueba si los valores de x verifican la ecuación de segundo grado correspondiente.

a) $x^2 - 5x = -6$ $x = 6$ y $x = -1$

b) $x^2 - 23 = 26$ $x = 7$ y $x = -7$

c) $5x^2 - 10x = 0$ $x = 0$ y $x = 2$

d) $2x^2 + 2x = 1$ $x = -1$ y $x = \frac{1}{2}$

e) $x^2 - 48 = 2x$ $x = -6$ y $x = 8$

a) $x^2 - 5x = -6$

$x = 6$ No es solución porque

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sustitución en el primer miembro: } 6^2 - 5 \cdot 6 = 36 - 30 = 6 \\ \text{Segundo miembro: } -6 \end{array} \right\} \text{ Son distintos.}$$

$x = -1$ No es solución porque

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sustitución en el primer miembro: } (-1)^2 - 5 \cdot (-1) = 1 + 5 = 6 \\ \text{Segundo miembro: } -6 \end{array} \right\} \text{ Son distintos.}$$

b) $x^2 - 23 = 26$

$x = 7$ Sí es solución porque $7^2 - 23 = 26 \rightarrow 49 - 23 = 26$. Se verifica la igualdad.

$x = -7$ Sí es solución porque $(-7)^2 - 23 = 26 \rightarrow 49 - 23 = 26$. Se verifica la igualdad.

c) $5x^2 - 10x = 0$

$x = 0$ Sí es solución porque $5 \cdot 0^2 - 10 \cdot 0 = 0$. Se verifica la igualdad.

$x = 2$ Sí es solución porque $5 \cdot 2^2 - 10 \cdot 2 = 0 \rightarrow 5 \cdot 4 - 20 = 0 \rightarrow 20 - 20 = 0$ Se verifica la igualdad..

d) $2x^2 + 2x = 1$

$x = -1$ No es solución porque

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sustitución en el primer miembro: } 2 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) = 2 \cdot 1 - 2 = 2 - 2 = 0 \\ \text{Segundo miembro: } 1 \end{array} \right\} \text{ Son distintos.}$$

$x = \frac{1}{2}$ No es solución porque

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sustitución en el primer miembro: } 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{2} = \frac{2}{4} + \frac{2}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2} \\ \text{Segundo miembro: } 1 \end{array} \right\} \text{ Son distintos.}$$

e) $x^2 - 48 = 2x$

$x = -6$ Sí es solución porque $(-6)^2 - 48 = 2 \cdot (-6) \rightarrow 36 - 48 = -12$. Se verifica la igualdad.

$x = 8$ Sí es solución porque $8^2 - 48 = 2 \cdot 8 \rightarrow 64 - 48 = 16$. Se verifica la igualdad.

6.5. (TIC) Sustituye las letras incógnitas por números de modo que se verifiquen las ecuaciones.

- | | |
|-------------------|------------------------|
| a) $2t - 8 = 0$ | e) $x^2 = \frac{4}{9}$ |
| b) $3x + 5 = 20$ | f) $a^2 - b^2 = 16$ |
| c) $x + y = 12$ | g) $3x^2 = 27$ |
| d) $x^2 + 4 = 29$ | h) $2(a + b) = 0$ |

a) $2t - 8 = 0$

El único que la verifica es $t = 4$. Comprobación: $2 \cdot 4 - 8 = 8 - 8 = 0$.

b) $3x + 5 = 20$

El único que la verifica es $x = 5$. Comprobación: $3 \cdot 5 + 5 = 15 + 5 = 20$.

c) $x + y = 12$

Hay infinitas soluciones. Por ejemplo, $x = 3$ e $y = 9$. Comprobación: $3 + 9 = 12$.Otras posibilidades son: $x = 0,5$ e $y = 11,5$; $x = -4$ e $y = +16$; $x = \frac{7}{3}$ e $y = \frac{29}{3}$.

d) $x^2 + 4 = 29$

Hay dos posibles soluciones: $x = 5$ y $x = (-5)$. Comprobaciones: $5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$ y $(-5)^2 + 4 = 25 + 4 = 29$.

e) $x^2 = \frac{4}{9}$

Hay dos posibles soluciones: $x = \frac{2}{3}$ y $x = \frac{-2}{3}$. Comprobaciones: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ y $\left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

f) $a^2 - b^2 = 16$

Hay infinitas soluciones. Por ejemplo, $a = 4$ y $b = 0$. Comprobación: $4^2 - 0^2 = 16$.Otras posibilidades son $a = 5$ y $b = 3$, o $a = -5$ y $b = 3$, o $a = \frac{17}{2}$ y $b = \frac{15}{2}$.

g) $3x^2 = 27$

Hay dos posibles soluciones: $x = 3$ y $x = (-3)$. Comprobaciones: $3 \cdot 3^2 = 3 \cdot 9 = 27$ y $3 \cdot (-3)^2 = 3 \cdot 9 = 27$.

h) $2(a + b) = 0$

Hay infinitas soluciones. Todas ellas son pares de números opuestos.

Por ejemplo, $a = 6$ y $b = -6$. Comprobación: $2 \cdot (6 - 6) = 2 \cdot 0 = 0$.Otras posibilidades son $a = 0$ y $b = 0$, o bien $a = \frac{-3}{7}$ y $b = \frac{3}{7}$.

6.6. (TIC) Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5 - t = 0$

b) $2 + q = 6$

c) $11 = 11 - c$

d) $4 + 3b = 22$

e) $15 - 2y = 5$

f) $2y = -12$

g) $-4p = 28$

h) $8 + 4x = -4$

i) $x^2 = 1$

j) $y^2 - 3 = 22$

a) $5 - t = 0$

Sumamos t en ambos miembros: $5 - t + t = 0 + t \rightarrow 5 = t$.

b) $2 + q = 6$

Restamos 2 en ambos miembros: $2 + q - 2 = 6 - 2 \rightarrow q = 4$.

c) $11 = 11 - c$

Restamos 11 en ambos miembros: $11 - 11 = 11 - c - 11 \rightarrow 0 = -c \rightarrow 0 = c$.

d) $4 + 3b = 22$

Restamos 4 en ambos miembros: $4 + 3b - 4 = 22 - 4 \rightarrow 3b = 18$.

Dividimos ambos miembros entre 3: $\frac{3b}{3} = \frac{18}{3} \rightarrow b = 6$.

e) $15 - 2y = 5$

Restamos 15 en ambos miembros: $15 - 2y - 15 = 5 - 15 \rightarrow -2y = -10$.

Dividimos ambos miembros entre -2: $\frac{-2y}{-2} = \frac{-10}{-2} \rightarrow y = +5$.

f) $2y = -12$

Dividimos ambos miembros entre 2: $\frac{2y}{2} = \frac{-12}{2} \rightarrow y = -6$.

g) $-4p = 28$

Dividimos ambos miembros entre (-4): $\frac{-4p}{-4} = \frac{28}{-4} \rightarrow p = -7$.

h) $8 + 4x = -4$

Restamos 8 en ambos miembros: $8 + 4x - 8 = -4 - 8 \rightarrow 4x = -12$.

Dividimos ambos miembros entre 4: $\frac{4x}{4} = \frac{-12}{4} \rightarrow x = -3$.

i) $x^2 = 1$

Tomamos la raíz cuadrada de ambos miembros y, recordando que existen dos raíces cuadradas de un número positivo: $x = +\sqrt{1} = 1$ o bien $x = -\sqrt{1} = -1$.

j) $y^2 - 3 = 22$

Sumamos 3 en ambos miembros: $y^2 - 3 + 3 = 22 + 3 \rightarrow y^2 = 25$.

Tomamos la raíz cuadrada de ambos miembros y, recordando que existen dos raíces cuadradas de un número positivo: $y = +\sqrt{25} = +5$ o bien $y = -\sqrt{25} = -5$.

6.7. Expresa en forma de ecuación.

- a) La mitad de un número más su cuadrado es igual a 36.
 b) La suma de dos números consecutivos es 99.
 c) El producto de dos números pares consecutivos es igual a 360.

- a) La mitad de un número más su cuadrado es igual a 36.

Llamemos m a ese número.

La mitad del número es $\frac{m}{2}$.

Su cuadrado es m^2 .

La ecuación puede ser: $\frac{m}{2} + m^2 = 36$.

- b) La suma de dos números consecutivos es 99.

Llamemos n al menor de esos números.

El siguiente es $(n + 1)$.

La ecuación puede ser: $n + (n + 1) = 99$.

- c) El producto de dos números pares consecutivos es igual a 360.

Por ser un número par, será el doble de otro número y será de la forma $2x$.

El siguiente par será $(2x + 2)$.

La ecuación puede ser: $2x(2x + 2) = 360 \rightarrow 4x^2 + 4x = 360$.

6.8. Actividad interactiva.**6.9. Actividad resuelta.****6.10. Actividad resuelta.****6.11. Actividad resuelta.****6.12. Resuelve las siguientes ecuaciones.**

a) $4x = 4$

b) $6x - 2 = 10$

c) $4x + 6 = x + 9$

a) $4x = 4$

Dividimos ambos miembros entre 4: $\frac{4x}{4} = \frac{4}{4} \rightarrow x = 1$.

b) $6x - 2 = 10$

Sumamos 2 en ambos miembros: $6x - 2 + 2 = 10 + 2 \rightarrow 6x = 12$.

Dividimos ambos miembros entre 6: $\frac{6x}{6} = \frac{12}{6} \rightarrow x = 2$.

c) $4x + 6 = x + 9$

Restamos 6 en ambos miembros: $4x + 6 - 6 = x + 9 - 6 \rightarrow 4x = x + 3$.

Restamos x en ambos miembros: $4x - x = x + 3 - x \rightarrow 3x = 3$.

Dividimos ambos miembros entre 3: $\frac{3x}{3} = \frac{3}{3} \rightarrow x = 1$.

6.13. Aplica la regla de la suma para resolver estas ecuaciones.

a) $14 + x + 10 = 5 + 30$

e) $2x - 5 + 3x - 8 = 7x - 6 - x$

b) $18 + 2x - 8 = -25 + x$

f) $-3x + 7 - 10 = 2x - 6x + 5$

c) $12 - x = 3 - 2x + 9$

g) $-8 + 10x + 7 = 5x + 8 + 6x$

d) $7 - 5x = 13 - 4x - 17$

a) $14 + x + 10 = 5 + 30$

Operamos: $x + 24 = 35$.

Restamos 24 en ambos miembros: $x + 24 - 24 = 35 - 24 \rightarrow x = 11$.

b) $18 + 2x - 8 = -25 + x$

Operamos: $2x + 10 = -25 + x$.

Restamos 10 en ambos miembros: $2x + 10 - 10 = -25 + x - 10 \rightarrow 2x = -35 + x$.

Restamos x en ambos miembros: $2x - x = -35 + x - x \rightarrow x = -35$.

c) $12 - x = 3 - 2x + 9$

Operamos: $-x + 12 = -2x + 12$.

Restamos 12: $-x + 12 - 12 = -2x + 12 - 12 \rightarrow -x = -2x$.

Sumamos 2x: $-x + 2x = -2x + 2x \rightarrow x = 0$.

d) $7 - 5x = 13 - 4x - 17$

Operamos: $7 - 5x = -4x - 4$.

Sumamos 4: $7 - 5x + 4 = -4x - 4 + 4 \rightarrow 11 - 5x = -4x$.

Sumamos 5x: $11 - 5x + 5x = -4x + 5x \rightarrow 11 = x$.

e) $2x - 5 + 3x - 8 = 7x - 6 - x$

Operamos: $5x - 13 = 6x - 6$.

Sumamos 13: $5x - 13 + 13 = 6x - 6 + 13 \rightarrow 5x = 6x + 7$.

Restamos 6x: $5x - 6x = 6x - 6x + 7 \rightarrow -x = 7$.

Multiplicamos por (-1): $x = -7$.

f) $-3x + 7 - 10 = 2x - 6x + 5$

Operamos: $-3x - 3 = -4x + 5$.

Sumamos 3: $-3x - 3 + 3 = -4x + 5 + 3 \rightarrow -3x = -4x + 8$.

Sumamos 4x: $-3x + 4x = -4x + 8 + 4x \rightarrow -x = 8$.

g) $-8 + 10x + 7 = 5x + 8 + 6x$

Operamos: $10x - 1 = 11x + 8$.

Sumamos 1: $10x - 1 + 1 = 11x + 8 + 1 \rightarrow -10x = 11x + 9$.

Restamos 11x: $10x - 11x = 11x + 9 - 11x \rightarrow -x = 9$.

Multiplicamos por (-1): $x = -9$.

6.14. Aplica la regla del producto para resolver las ecuaciones siguientes.

a) $3x = 18$

d) $-2x = \frac{1}{3}$

g) $\frac{3}{5}x = 12$

b) $\frac{1}{2}x = 8$

e) $5 = 7x$

h) $3x = -\frac{3}{7}$

c) $6x = 11$

f) $\frac{3}{7}x = 12$

i) $-\frac{3}{4}x = -\frac{1}{4}$

a) $3x = 18 \rightarrow$ Dividimos entre 3: $\frac{3x}{3} = \frac{18}{3} \rightarrow x = 6.$

b) $\frac{1}{2}x = 8 \rightarrow$ Multiplicamos por 2: $2 \cdot \frac{1}{2}x = 2 \cdot 8 \rightarrow x = 16.$

c) $6x = 11 \rightarrow$ Dividimos entre 6: $\frac{6x}{6} = \frac{11}{6} \rightarrow x = \frac{11}{6}.$

d) $-2x = \frac{1}{3} \rightarrow$ Dividimos entre -2: $\frac{-2x}{-2} = \frac{\frac{1}{3}}{-2} \rightarrow x = -\frac{1}{6}.$

e) $5 = 7x \rightarrow$ Dividimos entre 7: $\frac{5}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow \frac{5}{7} = x.$

f) $\frac{3}{7}x = 12 \rightarrow$ Multiplicamos por 7: $7 \cdot \frac{3}{7}x = 7 \cdot 12 \rightarrow 3x = 84.$

$$\rightarrow \text{Dividimos entre 3: } \frac{3x}{3} = \frac{84}{3} \rightarrow x = 28$$

g) $\frac{3}{5}x = 12 \rightarrow$ Multiplicamos por 5: $5 \cdot \frac{3}{5}x = 5 \cdot 12 \rightarrow 3x = 60.$

$$\rightarrow \text{Dividimos entre 3: } \frac{3x}{3} = \frac{60}{3} \rightarrow x = 20.$$

h) $3x = -\frac{3}{7} \rightarrow$ Dividimos entre 3: $\frac{3x}{3} = \frac{-\frac{3}{7}}{3} \rightarrow x = -\frac{1}{7}.$

i) $-\frac{3}{4}x = -\frac{1}{4} \rightarrow$ Multiplicamos por 4: $4 \cdot \left(-\frac{3}{4}x\right) = 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \rightarrow -3x = -1.$

$$\rightarrow \text{Dividimos entre -3: } \frac{-3x}{-3} = \frac{-1}{-3} \rightarrow x = \frac{1}{3}.$$

6.15. En cada ecuación, halla el valor de la incógnita.

a) $2x - 2 = 27$

d) $7x + 4 = 13 + 4x$

b) $3x - 11 = -2x - 6$

e) $2x - 15 + 3 + 5x = -4x - 3x + 9$

c) $x - 9 = -7x + 3$

f) $2x - 4 - 7x - 3 = 5 - x - 16$

a) $2x - 2 = 27$

Sumamos 2: $2x - 2 + 2 = 27 + 2 \rightarrow 2x = 29$

Dividimos entre 2: $\frac{2x}{2} = \frac{29}{2} \rightarrow x = \frac{29}{2}$

b) $3x - 11 = -2x - 6$

Sumamos 11: $3x - 11 + 11 = -2x - 6 + 11 \rightarrow 3x = -2x + 5$

Sumamos 2x: $3x + 2x = 5 - 2x + 2x \rightarrow 5x = 5$

Dividimos entre 5: $\frac{5x}{5} = \frac{5}{5} \rightarrow x = 1$

c) $x - 9 = -7x + 3$

Sumamos 9: $x - 9 + 9 = -7x + 3 + 9 \rightarrow x = -7x + 12$

Sumamos 7x: $x + 7x = -7x + 7x + 12 \rightarrow 8x = 12$

Dividimos entre 8: $\frac{8x}{8} = \frac{12}{8} \rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

d) $7x + 4 = 13 + 4x$

Restamos 4: $7x + 4 - 4 = 13 + 4x - 4 \rightarrow 7x = 4x + 9$

Restamos 4x: $7x - 4x = 4x + 9 - 4x \rightarrow 3x = 9$

Dividimos entre 3: $\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \rightarrow x = 3$

e) $2x - 15 + 3 + 5x = -4x - 3x + 9$

Operamos: $7x - 12 = -7x + 9$

Sumamos 12: $7x - 12 + 12 = -7x + 9 + 12 \rightarrow 7x = -7x + 21$

Sumamos 7x: $7x + 7x = -7x + 21 + 7x \rightarrow 14x = 21$

Dividimos entre 14: $\frac{14x}{14} = \frac{21}{14} \rightarrow x = \frac{21}{14} = \frac{3}{2}$

f) $2x - 4 - 7x - 3 = 5 - x - 16$

Operamos: $-5x - 7 = -x - 11$

Sumamos 7: $-5x - 7 + 7 = -x - 11 + 7 \rightarrow -5x = -x - 4$

Sumamos x: $-5x + x = -x - 4 + x \rightarrow -4x = -4$

Dividimos entre -4: $\frac{-4x}{-4} = \frac{-4}{-4} \rightarrow x = 1$

6.16. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{5}{4}x + 2 = 18 + \frac{3}{4}x$

b) $\frac{1}{3}x - 4 = 2x + 6$

c) $-8x + 3 - \frac{1}{2}x = 10 + \frac{3}{2}x - 13$

d) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + 5x - 8 = \frac{5}{3}x + \frac{17}{9}$

a) $\frac{5}{4}x + 2 = 18 + \frac{3}{4}x$

Multiplicamos por 4: $4 \cdot \frac{5}{4}x + 4 \cdot 2 = 4 \cdot 18 + 4 \cdot \frac{3}{4}x \rightarrow 5x + 8 = 72 + 3x$

Restamos 8: $5x + 8 - 8 = 72 + 3x - 8 \rightarrow 5x = 64 + 3x$

Restamos 3x: $5x - 3x = 64 + 3x - 3x \rightarrow 2x = 64$

Dividimos entre 2: $\frac{2x}{2} = \frac{64}{2} \rightarrow x = 32$

b) $\frac{1}{3}x - 4 = 2x + 6$

$x - 12 = 6x + 18$

$x - 6x = 18 + 12$

$-5x = 30$

$x = -6$

c) $-8x + 3 - \frac{1}{2}x = 10 + \frac{3}{2}x - 13$

$-16x + 6 - x = 20 + 3x - 26$

$-16x - x - 3x = 20 - 26 - 6$

$-20x = -12$

$x = \frac{-12}{-20} = \frac{3}{5}$

d) $\frac{2}{3}x + \frac{1}{9} + 5x - 8 = \frac{5}{3}x + \frac{17}{9}$

$6x + 1 + 45x - 72 = 15x + 17$

$6x + 45x - 15x = 17 - 1 + 72$

$36x = 88$

$x = \frac{88}{36} = \frac{22}{9}$

6.17. Actividad interactiva.**6.18. Actividad resuelta.**

6.19. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $3x + 4 = 2x + 8 - 6 - x$

b) $x - 15 + x + 4 = 3(2x - 1)$

c) $4(6 + 2x) + 5(2 - x) = -3(x + 6) - 8$

d) $3(5 - x) - (2x + 7) = x - 4 - 2(1 - x)$

a) $3x + 4 = 2x + 8 - 6 - x$

$$3x + 4 = x + 2$$

$$3x - x = 2 - 4 \rightarrow 2x = -2$$

$$x = -1$$

b) $x - 15 + x + 4 = 3(2x - 1)$

$$x - 15 + x + 4 = 6x - 3$$

$$x + x - 6x = -3 + 15 - 4$$

$$-4x = 8$$

$$x = -2$$

c) $4(6 + 2x) + 5(2 - x) = -3(x + 6) - 8$

$$24 + 8x + 10 - 5x = -3x - 18 - 8$$

$$3x + 34 = -3x - 26$$

$$3x + 3x = -26 - 34 \rightarrow 6x = -60$$

$$x = -10$$

d) $3(5 - x) - (2x + 7) = x - 4 - 2(1 - x)$

$$15 - 3x - 2x - 7 = x - 4 - 2 + 2x$$

$$-5x + 8 = 3x - 6$$

$$-5x - 3x = -6 - 8 \rightarrow -8x = -14$$

$$x = \frac{-8}{-14} = \frac{4}{7}$$

e) $8 - 3x + 2(x - 9) = 10 - 7(3 - 2x)$

f) $-7 + 10(x - 5) - 3x = 4x - 3(18 - x)$

$1 - 2(x - 1) - 2(1 - x) = 5 - 4x - 3(1 - x)$

e) $8 - 3x + 2(x - 9) = 10 - 7(3 - 2x)$

$$8 - 3x + 2x - 18 = 10 - 21 + 14x$$

$$-x - 14x = -11 + 10 \rightarrow -15x = -1$$

$$x = \frac{-1}{-15} = \frac{1}{15}$$

f) $-7 + 10(x - 5) - 3x = 4x - 3(18 - x)$

$$-7 + 10x - 50 - 3x = 4x - 54 + 3x$$

$$7x - 57 = 7x - 54$$

$$7x - 7x = -54 + 57 \rightarrow 0 = 3$$

CONTRADICCIÓN. No tiene solución.

g) $1 - 2(x - 1) - 2(1 - x) = 5 - 4x - 3(1 - x)$

$$1 - 2x + 2 - 2 + 2x = 5 - 4x - 3 + 3x$$

$$1 = 2 - x \rightarrow x = 2 - 1 = 1$$

6.20. Halla la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $10x + (x + 3)(x - 2) = (x + 3)^2$

c) $(1 - 2x)(1 + 2x) + 3(x + 1) = 6 - (2x + 1)^2$

b) $6 + x(x + 2) + 5x = (x - 1)^2 + 2$

a) $10x + (x + 3)(x - 2) = (x + 3)^2$

Desarrollamos productos e identidades notables: $10x + x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + 6x + 9$.

Operamos: $x^2 + 11x - 6 = x^2 + 6x + 9$.

Trasponemos y operamos términos semejantes: $x^2 + 11x - x^2 - 6x = 9 + 6 \rightarrow 5x = 15$.

Dividimos entre 5: $x = \frac{15}{5} = 3$.

b) $6 + x(x + 2) + 5x = (x - 1)^2 + 2$

$$6 + x^2 + 2x + 5x = x^2 - 2x + 1 + 2$$

$$6 + x^2 + 7x = x^2 - 2x + 3$$

$$x^2 + 7x - x^2 + 2x - 3 + 6 = 0 \rightarrow 9x + 3 = 0 \rightarrow 9x = -3$$

Dividimos entre 9: $x = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$.

c) $(1 - 2x)(1 + 2x) + 3(x + 1) = 6 - (2x + 1)^2$

$$1 - 4x^2 + 3x + 3 = 6 - (4x^2 + 4x + 1) \rightarrow 1 - 4x^2 + 3x + 3 = 6 - 4x^2 - 4x - 1$$

$$-4x^2 + 3x + 4 = -4x^2 - 4x + 5$$

$$-4x^2 + 3x + 4x^2 + 4x = 5 - 4 \rightarrow 7x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7}$$

6.21. Resuelve las siguientes ecuaciones.

$$a) \quad \frac{3x-18}{15} = 1+2x$$

$$b) \quad 4 \cdot (x-20) = \frac{10x+40}{10}$$

$$c) \quad \frac{6x-2}{4} - \frac{3}{2} = \frac{x-2}{4} - \frac{1}{4}$$

$$a) \quad \frac{3x-18}{15} = 1+2x$$

$$3x-18 = 15+30x$$

$$3x-30x = 15+18 \rightarrow$$

$$-27x = 33$$

$$x = -\frac{33}{27} = -\frac{11}{9}$$

$$b) \quad 4 \cdot (x-20) = \frac{10x+40}{10}$$

$$4x-80 = x+4$$

$$4x-x = 4+80 \rightarrow 3x = 84$$

$$x = 28$$

$$c) \quad \frac{6x-2}{4} - \frac{3}{2} = \frac{x-2}{4} - \frac{1}{4}$$

$$4 \cdot \frac{6x-2}{4} - 4 \cdot \frac{3}{2} = 4 \cdot \frac{x-2}{4} - 4 \cdot \frac{1}{4}$$

$$6x-2-6 = x-2-1$$

$$6x-x = -2-1+2+6 \rightarrow 5x = 5$$

$$x = 1$$

$$d) \quad \frac{x}{3} - \frac{2x-4}{3} - \frac{1}{2} = 3 + \frac{x-5}{4} - \frac{1}{3}$$

$$e) \quad \frac{x+12}{18} - \frac{2(x-3)}{9} - 1 = \frac{x}{4} - \frac{1-x}{3}$$

$$d) \quad \frac{x}{3} - \frac{2x-4}{3} - \frac{1}{2} = 3 + \frac{x-5}{4} - \frac{1}{3}$$

$$\text{m.c.m.}(3, 2, 4) = 12$$

$$4x - 4(2x-4) - 6 = 36 + 3(x-5) - 4$$

$$4x - 8x + 16 - 6 = 36 + 3x - 15 - 4$$

$$-4x + 10 = 3x + 17 \rightarrow -7x = 7$$

$$x = -\frac{7}{7} = -1$$

$$e) \quad \frac{x+12}{18} - \frac{2(x-3)}{9} - 1 = \frac{x}{4} - \frac{1-x}{3}$$

$$\frac{x+12}{18} - \frac{2x-6}{9} - 1 = \frac{x}{4} - \frac{1-x}{3}$$

$$\text{m.c.m.}(18, 9, 4, 3) = 36$$

$$2(x+12) - 4(2x-6) - 36 = 9x - 12(1-x)$$

$$2x + 24 - 8x + 24 - 36 = 9x - 12 + 12x$$

$$-6x + 12 = 21x - 12$$

$$-6x - 21x = -12 - 12 \rightarrow -27x = -24$$

$$x = \frac{-24}{-27} = \frac{8}{9}$$

6.22. Actividad interactiva.

6.23. Los padres de Sonia tienen 38 y 40 años. Si a la edad de Sonia se restan 2 años, se obtiene la sexta parte de la suma de la edad de sus padres. Calcula la edad de Sonia.

Llamemos x a la edad de Sonia.

$$\text{Ecuación: } x-2 = \frac{1}{6}(38+40) \rightarrow x-2 = \frac{78}{6} \rightarrow x-2 = 13 \rightarrow x = 13+2 = 15$$

Solución: Sonia tiene 15 años.

- 6.24. Rocío tiene la quinta parte de la edad de su padre, Juan Carlos, y dentro de 7 años tendrá la tercera parte. ¿Cuántos años tienen Rocío y su padre?**

Llamemos x a la edad del padre.

Edad de Rocío, la quinta parte: $\frac{x}{5}$

Edad del padre dentro de 7 años: $(x + 7)$

Edad de Rocío dentro de 7 años: $\frac{x}{5} + 7$

Ecuación: $\frac{x}{5} + 7 = \frac{x + 7}{3}$

m.c.m.(5, 3) = 15

$15 \cdot \frac{x}{5} + 15 \cdot 7 = 15 \cdot \frac{x + 7}{3} \rightarrow 3x + 105 = 5 \cdot (x + 7)$

$3x + 105 = 5x + 35 \rightarrow 3x - 5x = 35 - 105 \rightarrow -2x = -70 \rightarrow x = 35$

Solución: Juan Carlos tiene 35 años, y Rocío, $35 : 5 = 7$.

- 6.25. Una ONG ha recibido un excedente de arroz para repartir entre tres campamentos de refugiados. El primero recibe las dos terceras partes; el segundo, la cuarta parte del resto, y el tercero, los 600 kilogramos que quedan. ¿Cuántos kilogramos de arroz recibe cada campamento?**

Llamemos x al total del excedente.

El primer campamento, dos terceras partes: $\frac{2x}{3}$, luego queda $\frac{1}{3}x$.

El segundo campamento, la cuarta parte del resto: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}x \rightarrow \frac{1}{12}x$

El tercero, 600 kg

Ecuación: la suma de los tres debe dar el total de arroz: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{12}x + 600 = x$.

Resolución: $12 \cdot \frac{2}{3}x + 12 \cdot \frac{1}{12}x + 12 \cdot 600 = 12x \rightarrow 8x + x + 7200 = 12x \rightarrow 9x + 7200 = 12x$

$7200 = 12x - 9x \rightarrow 7200 = 3x \rightarrow 2400 = x$

Solución: el primer campamento recibe $\frac{2 \cdot 2400}{3} = 1600$ kg; el segundo, $\frac{2400}{12} = 200$ kg, y el tercero, 600 kg.

- 6.26. Entre los pueblos de Villaarriba y Villaabajo hay 16 kilómetros. A la misma hora salen de cada pueblo dos personas, la de Villaarriba a 4 km/h, y la de Villaabajo a 6 km/h. ¿Qué distancia ha recorrido cada uno al cruzarse? OBS.**

Una forma de plantearlo puede ser:

Llamemos t al tiempo (en horas) que tardan en encontrarse. En ese momento:

El de Villaarriba ha recorrido $4 \cdot t$ kilómetros.

El de Villaabajo ha recorrido $6 \cdot t$ kilómetros.

La suma de esas distancias es justo la distancia entre los pueblos: $4t + 6t = 16$.

Resolución: $10t = 16 \rightarrow t = 1,6$ horas tardan en encontrarse.

Solución: el de Villaarriba ha recorrido $4 \cdot 1,6 = 6,4$ km, y el de Villaabajo, $6 \cdot 1,6 = 9,6$ km.

6.27. ¿Cuántos kilogramos de café de 12 €/kg hay que mezclar con 200 kilogramos de otro café de 17,50 €/kg para vender la mezcla a 15 €/kg?

Número de kilogramos de café de 12 €/kg que mezclamos: x .

Coste del café por separado: $12x$ €

N.º de kg de café de 17,50 €/kg: 200 kg

Coste de este café por separado: $17,50 \cdot 200 = 3500$ €

Coste de todo el café por separado: $12x + 3500$

En total tendremos $(x + 200)$ kg de café.

Coste conjunto: $15(x + 200)$

Ecuación: el coste por separado debe ser igual al coste conjunto $\rightarrow 12x + 3500 = 15(x + 200)$.

Resolución: $12x + 3500 = 15x + 3000$

$$3500 - 3000 = 15x - 12x \rightarrow 500 = 3x \rightarrow x = \frac{500}{3} \approx 166,667 \text{ kg}$$

Solución: habrá que mezclar aproximadamente 166,667 kg de 12 €/kg.

6.28. Actividad resuelta.

6.29. (TIC) Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $6x^2 - 24 = 0$

b) $15x^2 = 375$

c) $1 - x^2 = 0$

d) $\frac{4}{16}x^2 = 1$

a) $6x^2 - 24 = 0$

$$6x^2 = 24 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

Soluciones: $x = +2$ y $x = -2$

b) $15x^2 = 375$

$$x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$$

Soluciones: $x = +5$ y $x = -5$

c) $1 - x^2 = 0$

$$1 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

Soluciones: $x = +1$ y $x = -1$

d) $\frac{4}{16}x^2 = 1$

$$\frac{1}{4}x^2 = 1 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

Soluciones: $x = +2$ y $x = -2$

e) $2x^2 + 3 = 21$

f) $3x^2 = 9 - x^2$

g) $13 - 5x^2 = x^2 + 37$

h) $3x^2 = \frac{4}{3}$

e) $2x^2 + 3 = 21$

$$2x^2 = 18 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

Soluciones: $x = +3$ y $x = -3$

f) $3x^2 = 9 - x^2$

$$3x^2 + x^2 = 9 \rightarrow 4x^2 = 9 \rightarrow x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} = \pm\frac{3}{2}$$

Soluciones: $x = \frac{3}{2}$ y $x = -\frac{3}{2}$

g) $13 - 5x^2 = x^2 + 37$

$$-5x^2 - x^2 = 37 - 13 \rightarrow -6x^2 = 24 \rightarrow x^2 = -\frac{24}{6} = -4$$

No hay solución real.

h) $3x^2 = \frac{4}{3}$

$$x^2 = \frac{4}{9} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$$

Soluciones: $x = \frac{2}{3}$ y $x = -\frac{2}{3}$

6.30. (TIC) Resuelve estas ecuaciones.

a) $x^2 - 7x = 0$

b) $x^2 = x$

c) $27x + 3x^2 = 0$

d) $2x = -3x^2$

a) $x^2 - 7x = 0$

Sacamos x factor común: $x(x - 7) = 0$,
o bien $x = 0$, o bien $(x - 7) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = 7$

b) $x^2 = x$

Agrupamos: $x^2 - x = 0$.

Sacamos factor común: $x(x - 1) = 0$,
o bien $x = 0$, o bien $(x - 1) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = 1$

c) $27x + 3x^2 = 0$

Sacamos factor común: $3x(9 + x) = 0$,
o bien $3x = 0$, o bien $(9 + x) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = -9$

d) $2x = -3x^2 \rightarrow 2x + 3x^2 = 0$

Sacamos factor común: $x(2 + 3x) = 0$,
o bien $x = 0$, o bien $(2 + 3x) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = -\frac{2}{3}$

e) $13x^2 - 5x = 6x - 2x^2$

f) $x - x^2 = 3x^2 + 9x$

g) $9x + 7x^2 = x^2 + 6x$

h) $5x^2 - 3x = -5x + 8x^2$

e) $13x^2 - 5x = 6x - 2x^2 \rightarrow 15x^2 - 11x = 0$

Sacamos factor común: $x(15x - 11) = 0$,
o bien $x = 0$, o bien $(15x - 11) = 0$

Soluciones: $x = 0$ y $x = \frac{11}{15}$

f) $x - x^2 = 3x^2 + 9x \rightarrow -4x^2 - 8x = 0$

Sacamos factor común: $-4x(x + 2) = 0$,
o bien $-4x = 0$, o bien $(x + 2) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = -2$

g) $9x + 7x^2 = x^2 + 6x \rightarrow 6x^2 + 3x = 0$

Sacamos factor común: $3x(2x + 1) = 0$,
o bien $3x = 0$, o bien $(2x + 1) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = -\frac{1}{2}$

h) $5x^2 - 3x = -5x + 8x^2 \rightarrow -3x^2 + 2x = 0$

Sacamos factor común: $x(-3x + 2) = 0$,
o bien $x = 0$, o bien $(-3x + 2) = 0$.

Soluciones: $x = 0$ y $x = \frac{2}{3}$

6.31. (TIC) Halla la solución de estas ecuaciones.

a) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0$

c) $x^2 + x - 2 = 0$

d) $2x^2 - 4x + \frac{3}{2} = 0$

a) $4x^2 + 7x - 2 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \cdot 4} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{-7 \pm 9}{8} = \begin{cases} \frac{-7+9}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \\ \frac{-7-9}{8} = \frac{-16}{8} = -2 \end{cases}$$

Soluciones: $x = \frac{1}{4}$ y $x = -2$

e) $x^2 + x = 6$

f) $4x^2 + 1 = -4x$

g) $3x^2 = 5x + 2$

h) $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 20 = 0$

b) $x^2 - 10x + 9 = 0 \rightarrow x = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \begin{cases} \frac{10+8}{2} = 9 \\ \frac{10-8}{2} = 1 \end{cases} \rightarrow x = 9 \text{ y } x = 1$

$$c) \quad x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 \\ \frac{-1-3}{2} = -2 \end{cases} \rightarrow x = 1 \text{ y } x = -2$$

$$d) \quad 2x^2 - 4x + \frac{3}{2} = 0 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2: } 4x^2 - 8x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{8} = \begin{cases} \frac{8+4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{8-4}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ y } x = \frac{1}{2}$$

$$e) \quad x^2 + x = 6 \rightarrow \text{Agrupamos: } x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} = \begin{cases} \frac{-1+5}{2} = 2 \\ \frac{-1-5}{2} = -3 \end{cases} \rightarrow x = 2 \text{ y } x = -3$$

$$f) \quad 4x^2 + 1 = -4x \rightarrow \text{Agrupamos: } 4x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{8} = -\frac{1}{2} \rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (doble)}$$

$$g) \quad 3x^2 = 5x + 2 \rightarrow \text{Agrupamos: } 3x^2 - 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} = \begin{cases} \frac{5+7}{6} = 2 \\ \frac{5-7}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow x = 2 \text{ y } x = -\frac{1}{3}$$

$$h) \quad \frac{1}{2}x^2 - 3x - 20 = 0 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2: } x^2 - 6x - 40 = 0 \rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{196}}{2} = \begin{cases} \frac{6+14}{2} = 10 \\ \frac{6-14}{2} = -4 \end{cases}$$

$$x = 10 \text{ y } x = -4$$

6.32. (TIC) Halla la solución de la ecuación siguiente. $\frac{(1-x)^2}{3} + x^2 - 1 = 0$

Desarrollamos el cuadrado: $\frac{1-2x+x^2}{3} + x^2 - 1 = 0$.

Multiplicamos por 3 y simplificamos: $1 - 2x + x^2 + 3x^2 - 3 = 0 \rightarrow 4x^2 - 2x - 2 = 0$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2)}}{2 \cdot 4} = \frac{2 \pm \sqrt{36}}{8} = \frac{2 \pm 6}{8} = \begin{cases} \frac{2+6}{8} = 1 \\ \frac{2-6}{8} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Soluciones: $x = 1$ y $x = -\frac{1}{2}$

6.33. Actividad interactiva.

- 6.34.** La superficie de un tatami para practicar yudo es de 27 metros cuadrados. El largo es el doble del ancho más 3 metros. Calcula las dimensiones del tatami.

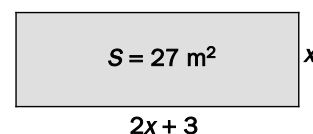
Medida del lado corto: x

Medida del lado largo: $(2x + 3)$

Superficie: 27 m^2

Ecuación: $x(2x + 3) = 27$

Resolución: $2x^2 + 3x = 27 \rightarrow 2x^2 + 3x - 27 = 0$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-27)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{225}}{4} = \begin{cases} \frac{-3 + 15}{4} = 3 \\ \frac{-3 - 15}{4} = \frac{-18}{4} = -4,5 \end{cases}$$

Las soluciones de la ecuación son $x = 3$ y $x = -4,5$, pero como buscamos una medida, la solución del problema no puede ser negativa, luego solo sirve $x = 3$.

El tatami es de dimensiones 3×9 metros.

- 6.35. (TIC)** Una piscina con forma de ortoedro tiene 100 metros cúbicos de capacidad. El largo de la base es el doble del ancho, y la altura mide 2 metros. Calcula el largo y el ancho.

Medida del ancho de la base: x

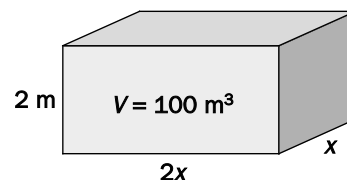
Medida del largo de la base: $2x$

Medida de la altura: 2 m

Volumen de agua: 100 m^3

Ecuación: $x \cdot 2x \cdot 2 = 100 \rightarrow 4x^2 = 100$

Resolución: $4x^2 = 100 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5$



Las soluciones de la ecuación son $x = 5$ y $x = -5$, pero como buscamos una medida, la solución del problema no puede ser negativa, luego solo sirve $x = 5$.

El ancho mide 5 m, y el largo, 10 m.

EJERCICIOS

Igualdades y ecuaciones

6.36. (TIC) Comprueba si el valor asignado a x convierte la ecuación correspondiente en una igualdad numérica.

a) $x + 8 = 10$ $x = -2$

d) $4(x - 5) = 20$ $x = 20$

b) $15 + x = 12$ $x = -3$

e) $\frac{4x + 60}{8} = -x$ $x = -5$

c) $6x - 24 = 2x$ $x = 4$

f) $\frac{3x}{2} - \frac{x}{5} = 13$ $x = 10$

a) $-2 + 8 = 6 \neq 10$ No la convierte en una igualdad numérica.

b) $15 + (-3) = 12$ Sí la convierte en una igualdad numérica.

c) $6 \cdot 4 - 24 \neq 4 \cdot 2 \rightarrow 0 \neq 8$ No la convierte en una igualdad numérica.

d) $4 \cdot (15) = 60 \neq 20$ No la convierte en una igualdad numérica.

e) $\frac{4 \cdot (-5) + 60}{8} = -(-5) \rightarrow 5 = 5$ Sí la convierte en una igualdad numérica.

f) $\frac{3 \cdot 10}{2} - \frac{10}{5} = 13 \rightarrow 15 - 2 = 13$ Sí la convierte en una igualdad numérica.

6.37. (TIC) Comprueba si los valores de x verifican la ecuación correspondiente.

a) $6x^2 + 4 = 58$ $x = 0$ y $x = -3$

b) $5x^2 - 20x = 0$ $x = 0$ y $x = 5$

c) $2x^2 + 9x - 5 = 0$ $x = \frac{1}{2}$ y $x = -5$

a) $6x^2 + 4 = 58$

$6 \cdot 0^2 + 4 = 0 + 4 = 4 \neq 58$

Para $x = 0$, no se verifica la igualdad.

$6 \cdot 3^2 + 4 = 6 \cdot 9 + 4 = 54 + 4 = 58$

Para $x = 3$, sí se verifica la igualdad.

b) $5x^2 - 20x = 0$

$5 \cdot 0^2 - 20 \cdot 0 = 0$

Para $x = 0$, sí se verifica la igualdad.

$5 \cdot 5^2 - 20 \cdot 5 = 125 - 100 \neq 0$

Para $x = 5$, no se verifica la igualdad.

c) $2x^2 + 9x - 5 = 0$

$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 9 \cdot \frac{1}{2} - 5 = 2 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{2} - 5 = \frac{10}{2} - \frac{10}{2} = 0$

Para $x = \frac{1}{2}$, sí se verifica la igualdad.

$2(-5)^2 + 9 \cdot (-5) - 5 = 2 \cdot 25 - 45 - 5 = 0$

Para $x = -5$, sí se verifica la igualdad.

Resolución de ecuaciones de primer grado

6.38. Aplica la regla de la suma y del producto para resolver las siguientes ecuaciones.

a) $5x + 5 = 35$

e) $2 + 5x = x - 18$

i) $3x - 36 = -\frac{2}{5}x$

b) $2x + 1 = x + 5$

f) $\frac{x}{4} - 6 = -2$

j) $-\frac{x}{3} - x = -x - 21$

c) $x - 8 + 3 = 0$

g) $1 = -\frac{x}{3}$

k) $7 - 3x - \frac{x}{7} = 6 - 4x$

d) $8 = \frac{4}{3}x$

h) $6 + x = 5x - 22$

l) $11 + \frac{x}{5} = \frac{1}{3} - 3x$

a) $5x + 5 = 35$

$$5x + 5 - 5 = 35 - 5 \rightarrow 5x = 30$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5} \rightarrow x = 6$$

b) $2x + 1 = x + 5$

$$2x + 1 - x = x + 5 - x$$

$$x + 1 - 1 = 5 - 1 \rightarrow x = 4$$

c) $x - 8 + 3 = 0$

$$x - 5 = 0 \rightarrow x - 5 + 5 = 0 + 5 \rightarrow x = 5$$

d) $8 = \frac{4}{3}x$

$$3 \cdot 8 = 3 \cdot \frac{4}{3}x \rightarrow 24 = 4x$$

$$\frac{24}{4} = \frac{4x}{4} \rightarrow 6 = x$$

e) $2 + 5x = x - 18$

$$2 + 5x - x = x - 18 - x$$

$$2 + 4x - 2 = -18 - 2 \rightarrow 4x = -20$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{-20}{4} \rightarrow x = -5$$

f) $\frac{x}{4} - 6 = -2$

$$4 \cdot \frac{x}{4} - 4 \cdot 6 = 4 \cdot (-2) \rightarrow x - 24 = -8$$

$$x - 24 + 24 = -8 + 24 \rightarrow x = 16$$

g) $1 = -\frac{x}{3}$

$$(-3) \cdot 1 = (-3) \cdot \left(-\frac{x}{3}\right) \rightarrow -3 = x$$

h) $6 + x = 5x - 22$

$$6 + x - 6 = 5x - 22 - 6 \rightarrow x = 5x - 28$$

$$x - 5x = 5x - 28 - 5x \rightarrow -4x = -28$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-28}{-4} \rightarrow x = 7$$

i) $3x - 36 = -\frac{2}{5}x$

$$15x - 180 = -2x \rightarrow 15x - 180 + 2x = -2x + 2x$$

$$17x - 180 + 180 = 0 + 180 \rightarrow 17x = 180$$

$$\frac{17x}{17} = \frac{180}{17} \rightarrow x = \frac{180}{17}$$

j) $-\frac{x}{3} - x = -x - 21$

$$3 \cdot \left(-\frac{x}{3}\right) - 3x = -3x - 3 \cdot 21 \rightarrow -x - 3x = -3x - 63$$

$$-x - 3x + 3x = -3x - 63 + 3x \rightarrow -x = -63 \rightarrow x = 63$$

k) $7 - 3x - \frac{x}{7} = 6 - 4x$

$$49 - 21x - x = 42 - 28x$$

$$49 - 21x - x + 28x = 42 - 28x + 28x$$

$$49 + 6x - 49 = 42 - 49 \rightarrow 6x = -7$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{-7}{6} \rightarrow x = \frac{-7}{6}$$

l) $11 + \frac{x}{5} = \frac{1}{3} - 3x$

$$165 + 3x = 5 - 45x$$

$$165 + 3x + 45x = 5 - 45x + 45x \rightarrow 165 + 48x = 5$$

$$165 + 48x - 165 = 5 - 165 \rightarrow 48x = -160$$

$$\frac{48x}{48} = \frac{-160}{48} \rightarrow x = -\frac{10}{3}$$

6.39. Calcula la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $8 + x = 3(x - 8) + 2$

b) $-4x + 3 = -2x + 6(x - 4) - 2$

c) $3x + 4 + 6(x + 5) = 2(x + 3)$

d) $5x + 2(x + 6) - 7x = 3x + 8$

e) $11(x - 2) = -3(x - 7) + 3(5x + 9)$

f) $x - 2(x - 7) - (x + 3) = 2(3 - x)$

g) $5(3 - 2x) + 3x = -6 - 7(x - 3)$

h) $9x - 8(3 + x) + 20 = -3(x + 4)$

a) $8 + x = 3(x - 8) + 2$

$$8 + x = 3x - 24 + 2 \rightarrow 8 + x = 3x - 22$$

$$x - 3x = -22 - 8 \rightarrow -2x = -30$$

$$x = 15$$

b) $-4x + 3 = -2x + 6(x - 4) - 2$

$$-4x + 3 = -2x + 6x - 24 - 2 \rightarrow -4x + 3 = 4x - 26$$

$$-4x - 4x = -26 - 3 \rightarrow -8x = -29$$

$$x = \frac{29}{8}$$

c) $3x + 4 + 6(x + 5) = 2(x + 3)$

$$3x + 4 + 6x + 30 = 2x + 6 \rightarrow 9x + 34 = 2x + 6$$

$$9x - 2x = 6 - 34 \rightarrow 7x = -28$$

$$x = -4$$

d) $5x + 2(x + 6) - 7x = 3x + 8$

$$5x + 2x + 12 - 7x = 3x + 8 \rightarrow 12 = 3x + 8$$

$$12 - 8 = 3x \rightarrow 4 = 3x$$

$$x = \frac{4}{3}$$

e) $11(x - 2) = -3(x - 7) + 3(5x + 9)$

$$11x - 22 = -3x + 21 + 15x + 27 \rightarrow 11x - 22 = 12x + 48$$

$$-22 - 48 = 12x - 11x \rightarrow -70 = x$$

$$x = -70$$

f) $x - 2(x - 7) - (x + 3) = 2(3 - x)$

$$x - 2x + 14 - x - 3 = 6 - 2x \rightarrow -2x + 11 = 6 - 2x$$

$$-2x + 2x = 6 - 11 \rightarrow 0 = -5 \text{ ¡Contradicción!}$$

No existe solución.

g) $5(3 - 2x) + 3x = -6 - 7(x - 3)$

$$15 - 10x + 3x = -6 - 7x + 21 \rightarrow 15 - 7x = -7x + 15$$

$$-7x + 7x = 15 - 15 \rightarrow 0 = 0 \text{ ¡Es una identidad!}$$

Cualquier valor de x es solución.

h) $9x - 8(3 + x) + 20 = -3(x + 4)$

$$9x - 24 - 8x + 20 = -3x - 12 \rightarrow x - 4 = -3x - 12$$

$$x + 3x = -12 + 4 \rightarrow 4x = -8$$

$$x = -2$$

6.40. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+6}{2} = x+5$

d) $\frac{5}{2}(x+3) = 4(x-2) - \frac{1}{4}$

b) $x-5 = -\frac{4x-12}{4}$

e) $3+2\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6}(x+5)$

c) $\frac{4x}{3} - 21 = -24 + \frac{x}{2}$

a) $\frac{x+6}{2} = x+5$

$$x+6 = 2x+10$$

$$x-2x = 10-6 \rightarrow -x = 4$$

$$x = -4$$

b) $x-5 = -\frac{4x-12}{4}$

$$4x-20 = -(4x-12) \rightarrow 4x-20 = -4x+12$$

$$4x+4x = 12+20 \rightarrow 8x = 32$$

$$x = 4$$

c) $\frac{4x}{3} - 21 = -24 + \frac{x}{2}$ m.c.m.(3, 2) = 6

$$2 \cdot 4x - 6 \cdot 21 = 6(-24) + 3x \rightarrow 8x - 126 = -144 + 3x$$

$$8x - 3x = -144 + 126 \rightarrow 5x = -18$$

$$x = \frac{-18}{5}$$

d) $\frac{5}{2}(x+3) = 4(x-2) - \frac{1}{4}$

$$\frac{5x}{2} + \frac{15}{2} = 4x - 8 - \frac{1}{4} \quad \text{m.c.m.}(2, 4) = 4$$

$$10x + 30 = 16x - 32 - 1 \rightarrow 10x + 30 = 16x - 33$$

$$10x - 16x = -33 - 30 \rightarrow -6x = -63$$

$$x = \frac{21}{2}$$

e) $3+2\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6}(x+5)$

$$3 + \frac{2x}{3} - \frac{6}{4} = \frac{x}{6} + \frac{5}{6} \quad \text{m.c.m.}(3, 4, 6) = 12$$

$$36 + 8x - 18 = 2x + 10 \rightarrow 8x + 18 = 2x + 10$$

$$8x - 2x = 10 - 18 \rightarrow 6x = -8$$

$$x = \frac{-4}{3}$$

6.41. Resuelve las siguientes ecuaciones.

$$a) \quad \frac{2x+1}{2} + \frac{7}{10} = \frac{3x-16}{5}$$

$$b) \quad -\frac{x-5}{6} = \frac{x-1}{9} - \frac{x-3}{4}$$

$$c) \quad \frac{3x-4}{4} = \frac{2x+3}{3} - \frac{x-9}{3}$$

$$d) \quad \frac{x+9}{12} = 3 + \frac{3x+7}{20} - \frac{x-3}{8}$$

$$e) \quad \frac{x+1}{2} - 1 = \frac{x+3}{4} - \frac{x+4}{5}$$

$$a) \quad \frac{2x+1}{2} + \frac{7}{10} = \frac{3x-16}{5} \quad \text{m.c.m.}(2, 10, 5) = 10$$

$$5(2x+1) + 7 = 2(3x-16) \rightarrow 10x + 5 + 7 = 6x - 32$$

$$10x - 6x = -32 - 5 - 7 \rightarrow 4x = -44$$

$$x = -11$$

$$b) \quad -\frac{x-5}{6} = \frac{x-1}{9} - \frac{x-3}{4} \quad \text{m.c.m.}(6, 9, 4) = 36$$

$$-6(x-5) = 4(x-1) - 9(x-3) \rightarrow -6x + 30 = 4x - 4 - 9x + 27$$

$$-6x - 4x + 9x = -4 + 27 - 30 \rightarrow -x = -7$$

$$x = 7$$

$$c) \quad \frac{3x-4}{4} = \frac{2x+3}{3} - \frac{x-9}{3} \quad \text{m.c.m.}(4, 3) = 12$$

$$3(3x-4) = 4(2x+3) - 4(x-9) \rightarrow 9x - 12 = 8x + 12 - 4x + 36$$

$$9x - 8x + 4x = 12 + 36 + 12 \rightarrow 5x = 60$$

$$x = 12$$

$$d) \quad \frac{x+9}{12} = 3 + \frac{3x+7}{20} - \frac{x-3}{8} \quad \text{m.c.m.}(12, 20, 8) = 120$$

$$10(x+9) = 360 + 6(3x+7) - 15(x-3) \rightarrow 10x + 90 = 360 + 18x + 21 - 15x + 45$$

$$10x - 18x + 15x = 360 + 21 + 45 - 90 \rightarrow 7x = 336$$

$$x = 48$$

$$e) \quad \frac{x+1}{2} - 1 = \frac{x+3}{4} - \frac{x+4}{5} \quad \text{m.c.m.}(2, 4, 5) = 20$$

$$10(x+1) - 20 = 5(x+3) - 4(x+4) \rightarrow 10x + 10 - 20 = 5x + 15 - 4x - 16$$

$$10x - 10 = x - 1 \rightarrow 10x - x = 10 - 1 \rightarrow 9x = 9$$

$$x = 1$$

6.42. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $5 + \frac{2x+4}{3} = -\frac{3x+9}{4} + \frac{5x+7}{2}$

d) $\frac{5x+2}{3} - \frac{3x+19}{2} + \frac{1-3x}{2} - 5 + \frac{x+1}{6} = x$

b) $\frac{3x-1}{15} + \frac{x-4}{5} = \frac{x+4}{3} - 2$

e) $\frac{2-3x}{2} - \frac{x-1}{16} + \frac{x}{4} = \frac{x-4}{8}$

c) $\frac{x+3}{8} + 1 - \frac{x-3}{10} - \frac{x-5}{4} = 0$

f) $\frac{4-6x}{15} - \frac{2-x}{4} + \frac{5x-3}{20} = \frac{1}{12}$

a) $5 + \frac{2x+4}{3} = -\frac{3x+9}{4} + \frac{5x+7}{2}$ m.c.m.(3, 4, 2) = 12

$$60 + 4(2x+4) = -3(3x+9) + 6(5x+7) \rightarrow 60 + 8x + 16 = -9x - 27 + 30x + 42$$

$$76 + 8x = 21x + 15 \rightarrow 8x - 21x = 15 - 76 \rightarrow -13x = -61$$

$$x = \frac{61}{13}$$

b) $\frac{3x-1}{15} + \frac{x-4}{5} = \frac{x+4}{3} - 2$ m.c.m.(15, 5, 3) = 15

$$3x - 1 + 3(x-4) = 5(x+4) - 30 \rightarrow 3x - 1 + 3x - 12 = 5x + 20 - 30$$

$$6x - 13 = 5x - 10 \rightarrow 6x - 5x = -10 + 13$$

$$x = 3$$

c) $\frac{x+3}{8} + 1 - \frac{x-3}{10} - \frac{x-5}{4} = 0$ m.c.m.(8, 10, 4) = 40

$$5(x+3) + 40 - 4(x-3) - 10(x-5) = 0 \rightarrow 5x + 15 + 40 - 4x + 12 - 10x + 50 = 0$$

$$-9x + 117 = 0 \rightarrow -9x = -117$$

$$x = 13$$

d) $\frac{5x+2}{3} - \frac{3x+19}{2} + \frac{1-3x}{2} - 5 + \frac{x+1}{6} = x$ m.c.m.(3, 2, 6) = 6

$$2(5x+2) - 3(3x+19) + 3(1-3x) - 30 + x + 1 = 6x$$

$$10x + 4 - 9x - 57 + 3 - 9x - 30 + x + 1 = 6x \rightarrow -7x - 79 = 6x$$

$$-7x - 6x = 63 \rightarrow -13x = -79$$

$$x = \frac{79}{13}$$

e) $\frac{2-3x}{2} - \frac{x-1}{16} + \frac{x}{4} = \frac{x-4}{8}$ m.c.m.(1, 16, 4, 8) = 16

$$8(2-3x) - (x-1) + 4x = 2(x-4) \rightarrow 16 - 24x - x + 1 + 4x = 2x - 8$$

$$-21x + 17 = 2x - 8 \rightarrow -21x - 2x = -8 - 17 \rightarrow -23x = -25$$

$$x = \frac{25}{23}$$

f) $\frac{4-6x}{15} - \frac{2-x}{4} + \frac{5x-3}{20} = \frac{1}{12}$ m.c.m.(15, 4, 20, 12) = 60

$$4(4-6x) - 15(2-x) + 3(5x-3) = 5 \rightarrow 16 - 24x - 30 + 15x + 15x - 9 = 5$$

$$-23 + 6x = 5 \rightarrow 6x = 28$$

$$x = \frac{28}{6} = \frac{14}{3}$$

6.43. Resuelve las siguientes ecuaciones

a) $(x-1) \cdot (x+1) - (x-2)^2 = x-7$

b) $5x + (3-x)^2 = x^2 - 2(x+6)$

c) $x + x(x-5) = (x+1)^2 - 7$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x-1) \cdot (x+1) - (x-2)^2 = x-7 \\ & x^2 - 1 - (x^2 - 4x + 4) = x-7 \\ & x^2 - 1 - x^2 + 4x - 4 = x-7 \\ & 4x - 5 = x-7 \rightarrow 4x - x = -7 + 5 \\ & 3x = -2 \rightarrow x = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 5x + (3-x)^2 = x^2 - 2(x+6) \\ & 5x + 9 - 6x + x^2 = x^2 - 2x - 12 \\ & 5x - 6x + x^2 - x^2 + 2x = -12 - 9 \\ & x = -21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & x + x(x-5) = (x+1)^2 - 7 \\ & x + x^2 - 5x = x^2 + 2x + 1 - 7 \\ & x + x^2 - 5x - x^2 - 2x = 1 - 7 \\ & -6x = -6 \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

d) $x \cdot (3-x) - 5x = 8 - (x+2)^2$

e) $4(x-2) \cdot (x+2) = (2x+1)^2 - 3 \cdot (x-2)$

f) $8 - 3(x+1) \cdot (x-2) - 5 = 9 - 3 \cdot (x+1)^2$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad & x(3-x) - 5x = 8 - (x+2)^2 \\ & 3x - x^2 - 5x = 8 - (x^2 + 4x + 4) \\ & 3x - x^2 - 5x = 8 - x^2 - 4x - 4 \\ & 3x - x^2 - 5x + x^2 + 4x = 8 - 4 \rightarrow 2x = 4 \\ & x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e)} \quad & 4(x-2) \cdot (x+2) = (2x+1)^2 - 3 \cdot (x-2) \\ & 4x^2 - 16 = 4x^2 + 4x + 1 - 3x + 6 \\ & 4x^2 - 4x^2 - 4x + 3x = 1 + 6 + 16 \\ & -x = 23 \rightarrow x = -23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad & 8 - 3(x+1) \cdot (x-2) - 5 = 9 - 3 \cdot (x+1)^2 \\ & 8 - 3(x^2 - 2x + x - 2) - 5 = 9 - 3(x^2 + 2x + 1) \\ & 8 - 3x^2 + 6x - 3x + 6 - 5 = 9 - 3x^2 - 6x - 3 \\ & -3x^2 + 6x - 3x + 3x^2 + 6x = 9 - 3 - 8 - 6 + 5 \\ & 9x = -3 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Resolución de ecuaciones de segundo grado

6.44. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - 16 = 0$

b) $2x^2 = 98$

c) $-x^2 = 2 - 66$

d) $1 - x^2 = 0$

e) $4x^2 = 0$

a) $x^2 - 16 = 0$

$$x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow x = \pm 4$$

b) $2x^2 = 98$

$$x^2 = 49 \rightarrow x = \pm\sqrt{49} \rightarrow x = \pm 7$$

c) $-x^2 = 2 - 66$

$$-x^2 = -64 \rightarrow x^2 = 64 \rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt{64} \rightarrow x = \pm 8$$

d) $1 - x^2 = 0$

$$1 = x^2 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow x = \pm 1$$

e) $4x^2 = 0$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

f) $-9 + 4x^2 = 0$

g) $-30 + x^2 = 6$

h) $1 - 4x^2 = 0$

i) $4x^2 + 1 = 5$

j) $\frac{1}{4}x^2 = 1$

f) $-9 + 4x^2 = 0$

$$4x^2 = 9 \rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow x = \pm\frac{3}{2}$$

g) $-30 + x^2 = 6$

$$x^2 = 6 + 30 = 36 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

h) $1 - 4x^2 = 0$

$$-4x^2 = -1 \rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

i) $4x^2 + 1 = 5$

$$4x^2 = 5 - 1 = 4 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm\sqrt{1} \rightarrow x = \pm 1$$

j) $\frac{1}{4}x^2 = 1$

$$x^2 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$$

6.45. Halla los valores de las incógnitas para que se verifiquen cada una de las siguientes ecuaciones.

a) $x(x + 2) = 0$

b) $(2x - 4)x = 0$

c) $x(\frac{1}{4} - 2x) = 0$

d) $6x \cdot (3x + 9) = 0$

a) $x(x + 2) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $x + 2 = 0 \rightarrow x = -2$

b) $(2x - 4)x = 0$

o bien $2x - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4}{2} = 2$

o bien $x = 0$

c) $x(\frac{1}{4} - 2x) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $\frac{1}{4} - 2x = 0 \rightarrow 1 - 8x = 0 \rightarrow x = \frac{1}{8}$

d) $6x(3x + 9) = 0$

o bien $6x = 0 \rightarrow x = 0$

o bien $3x + 9 = 0 \rightarrow 3x = -9 \rightarrow x = -3$

e) $(x - 7)(x - 2) = 0$

f) $(x + 1)(x - 1) = 0$

g) $2(x + 3)x = 0$

h) $(x - \frac{1}{2})(-3 - x) = 0$

e) $(x - 7)(x - 2) = 0$

o bien $x - 7 = 0 \rightarrow x = 7$

o bien $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$

f) $(x + 1)(x - 1) = 0$

o bien $x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$

o bien $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

g) $2(x + 3)x = 0$

o bien $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

o bien $2x = 0 \rightarrow x = 0$

h) $(x - \frac{1}{2})(-3 - x) = 0$

o bien $x - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

o bien $-3 - x = 0 \rightarrow x = -3$

6.46. Halla las soluciones de las siguientes ecuaciones.

a) $13x^2 - 39x = 0$

b) $x^2 - 16x = 0$

c) $3x^2 + 7x = 0$

a) $13x^2 - 39x = 0$

$13x(x - 3) = 0$

o bien $13x = 0 \rightarrow x = 0$

o bien $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$

b) $x^2 - 16x = 0$

$x(x - 16) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $x - 16 = 0 \rightarrow x = 16$

c) $3x^2 + 7x = 0$

$x(3x + 7) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $3x + 7 = 0 \rightarrow x = -\frac{7}{3}$

d) $6x + 7x^2 = 0$

e) $-5x + x^2 = 0$

f) $-14x - 42x^2 = 0$

d) $6x + 7x^2 = 0$

$x(6 + 7x) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $6 + 7x = 0 \rightarrow x = -\frac{6}{7}$

e) $-5x + x^2 = 0$

$x(-5 + x) = 0$

o bien $x = 0$

o bien $-5 + x = 0 \rightarrow x = 5$

f) $-14x - 42x^2 = 0$

$-14x(x + 3) = 0$

o bien $-14x = 0 \rightarrow x = 0$

o bien $x + 3 = 0 \rightarrow x = -3$

6.47. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

c) $3x - 10 = x^2$

a) $x^2 - x - 6 = 0$

d) $1 = 6x^2 + x$

e) $9 = 8x + x^2$

f) $-4x^2 = 7 - 7x$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 \\ x = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 \end{array} \right.$$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{array} \right.$$

c) $3x - 10 = x^2 \rightarrow -x^2 + 3x - 10 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-10)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-3 \pm \sqrt{-31}}{-2} \Rightarrow \text{El radicando es negativo. No existe solución real.}$$

d) $1 = 6x^2 + x \rightarrow 0 = 6x^2 + x - 1$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-1+5}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \\ x = \frac{-1-5}{12} = \frac{-6}{12} = -\frac{1}{2} \end{array} \right.$$

e) $9 = 8x + x^2 \rightarrow 0 = x^2 + 8x - 9$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9)}}{2 \cdot 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{100}}{2} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-8+10}{2} = 1 \\ x = \frac{-8-10}{2} = -9 \end{array} \right.$$

f) $-4x^2 = 7 - 7x \rightarrow -4x^2 + 7x - 7 = 0$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot (-4) \cdot (-7)}}{2 \cdot (-4)} = \frac{-7 \pm \sqrt{-63}}{-8} \Rightarrow \text{El radicando es negativo. No hay solución real.}$$

6.48. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 - 32 = 0$

e) $\frac{1}{4}x^2 = -x$

i) $5x + x^2 = 6$

b) $2x^2 - 32x = 0$

f) $\frac{1}{16}x^2 = \frac{1}{4}$

j) $2x^2 + x - 3 = 0$

c) $x^2 = x$

g) $x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 2$

k) $x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0$

d) $6x^2 = -12x$

h) $x^2 + x - 2 = 0$

l) $2x^2 = x + 1$

a) $2x^2 - 32 = 0 \rightarrow 2x^2 = 32 \rightarrow x^2 = \frac{32}{2} \rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = \pm\sqrt{16} \rightarrow x = \pm 4$

b) $2x^2 - 32x = 0 \rightarrow x(2x - 32) = 0 \rightarrow x = 0$ o bien $(2x - 32) = 0 \rightarrow x = \frac{32}{2} \rightarrow x = 16$

c) $x^2 = x \rightarrow x^2 - x = 0 \rightarrow x(x - 1) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = 1$

d) $6x^2 = -12x \rightarrow 6x^2 + 12x = 0 \rightarrow 6x(x + 2) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -2$

e) $\frac{1}{4}x^2 = -x \rightarrow x^2 = -4x \rightarrow x^2 + 4x = 0 \rightarrow x(x + 4) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -4$

f) $\frac{1}{16}x^2 = \frac{1}{4} \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2$

g) $x^2 + \frac{x}{2} + 2 = 2 \rightarrow 2x^2 + x + 4 = 4 \rightarrow 2x^2 + x = 0 \rightarrow x(2x + 1) = 0 \rightarrow x = 0$ y $x = -\frac{1}{2}$

h) $x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = 1$ y $x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 - 3}{2} = -2$

i) $5x + x^2 = 6 \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 \pm 7}{2} = 1$ y $x = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2} = \frac{-5 - 7}{2} = -6$

j) $2x^2 + x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4} = 1$ y $x = \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 - 5}{4} = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

k) $x^2 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow 2x^2 + x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ y $x = \frac{-1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 - 3}{4} = -1$

l) $2x^2 = x + 1 \rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} = 1$ y $x = \frac{1 - \sqrt{9}}{4} = \frac{1 - 3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

6.49. Halla la solución de las siguientes ecuaciones.

a) $(2x - 1)^2 + (2x + 1)^2 = 10$

c) $\frac{(2x + 5)^2}{2} + \frac{x + 5}{3} = -\frac{1}{2}$

b) $\frac{x - 1}{3} + x^2 = 1$

a) $(2x - 1)^2 + (2x + 1)^2 = 10 \rightarrow 4x^2 - 4x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 - 10 = 0 \rightarrow 8x^2 - 8 = 0 \rightarrow x^2 = 1$
 $x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$

b) $\frac{x - 1}{3} + x^2 = 1 \rightarrow x - 1 + 3x^2 = 3 \rightarrow 3x^2 + x - 4 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-1 \pm 7}{6} = 1$ y $x = \frac{-1 - \sqrt{49}}{6} = \frac{-1 - 7}{6} = -\frac{4}{3}$

c) $\frac{(2x + 5)^2}{2} + \frac{x + 5}{3} = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{4x^2 + 20x + 25}{2} + \frac{x + 5}{3} = -\frac{1}{2} \rightarrow 12x^2 + 60x + 75 + 2x + 10 = -3$

$12x^2 + 62x + 88 = 0 \rightarrow x = \frac{-62 \pm \sqrt{-380}}{24}$. El radicando es negativo, luego no existe solución real.

PROBLEMAS

- 6.50. La edad de Ignacio es el doble de la de su hermana Sandra más 2 años. La suma de las edades de los dos es de 17 años. ¿Cuántos años tiene cada uno?**

Edad de Sandra: x

Edad de Ignacio: $2x + 2$

Ecuación: $x + 2x + 2 = 17$

Resolución: $3x + 2 = 17 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

Solución: Sandra tiene 5 años, e Ignacio tiene $2 \cdot 5 + 2 = 12$ años.

- 6.51. La suma de tres números consecutivos es igual al doble del mayor más 1. Calcula los números.**

Primer número: x

Segundo número: $x + 1$

Tercer número: $x + 2$

Ecuación: $x + x + 1 + x + 2 = 2(x + 2) + 1$

Resolución: $3x + 3 = 2x + 4 + 1 \rightarrow 3x - 2x = 5 - 3 \rightarrow x = 2$

Solución: Los números son 2, 3 y 4.

- 6.52. La abuela de David tiene 61 años. Esta edad es el triple de la edad de su nieto más 25 años. ¿Cuál es la edad de David?**

Edad de David: x

Ecuación: $61 = 3x + 25$

Resolución: $61 - 25 = 3x \rightarrow 36 = 3x \rightarrow 12 = x$

Solución: David tiene 12 años.

- 6.53. El doble de un número y el triple del siguiente suman 33. ¿Cuál es el número?**

Primer número: x

Siguiente número: $x + 1$

Ecuación: $2x + 3 \cdot (x + 1) = 33$

Resolución: $2x + 3x + 3 = 33 \rightarrow 5x = 30 \rightarrow x = 6$

Solución: El número buscado es el 6.

- 6.54. Un poste está pintado de azul, rojo y amarillo. La parte pintada de azul es $\frac{2}{5}$ del poste, la parte pintada de rojo es $\frac{1}{2}$ de la pintada de azul, y los 48 centímetros restantes están pintados de amarillo. ¿Cuánto mide cada parte?**

Tamaño del poste: x cm

Parte azul: $\frac{2}{5}x$

Parte roja: $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{5}x \rightarrow \frac{1}{5}x$

Parte amarilla: 48 cm

Ecuación: La suma de todas las partes da el tamaño del poste: $\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}x + 48 = x$.

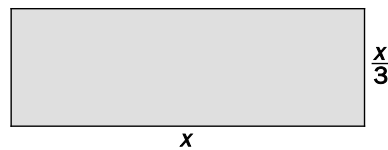
Resolución: $2x + x + 240 = 5x \rightarrow 240 = 2x \rightarrow 120 = x \rightarrow$ El poste mide 120 cm.

Solución: La parte azul mide 48 cm; la roja, 24 cm, y la amarilla, 48 cm.

- 6.55. Para vallar un terreno rectangular se han necesitado 240 metros de valla. Si el ancho del campo es la tercera parte del largo, ¿cuánto miden el largo y el ancho?**

Longitud del largo: x

Longitud del ancho: $\frac{x}{3}$



Ecuación: El perímetro mide 240 m $\rightarrow 2x + \frac{2x}{3} = 240$.

Resolución: $6x + 2x = 720 \rightarrow 8x = 720 \rightarrow x = 90$

Solución: El largo mide 90 metros, y el ancho, 30.

- 6.56. En la primera quincena del mes, una tienda de cómics vende la mitad de los que tenía a la venta. En la segunda quincena vende la mitad de los que vendió en la primera. Le quedan sin vender 150 cómics. ¿Cuántos cómics tenía a la venta?**

Cómics a la venta: x

Venta en la 1.^a quincena: $\frac{x}{2}$

Venta en la 2.^a quincena: $\frac{1}{2}$ de $\frac{x}{2} \rightarrow \frac{x}{4}$

Quedan sin vender: 150 cómics

Ecuación: la suma de los vendidos y los sin vender hace el total de cómics: $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 150 = x$

Resolución: $2x + x + 600 = 4x \rightarrow 600 = x$

Solución: Tenía 600 cómics a la venta.

- 6.57. Si al doble de un número le sumamos su tercera parte, obtenemos el triple de ese número menos 12 unidades. ¿Cuál es ese número?**

Número buscado: x

Doble del número: $2x$

Tercera parte del número: $\frac{x}{3}$

Triple del número: $3x$

Ecuación: $2x + \frac{x}{3} = 3x - 12$

Resolución: $6x + x = 9x - 36 \rightarrow -2x = -36 \rightarrow x = 18$

Solución: El número buscado es el 18.

- 6.58. El producto de dos números consecutivos es 132. ¿Cuáles son esos números?**

Primer número: x

Siguiente número: $x + 1$

Ecuación: $x \cdot (x + 1) = 132$

Resolución: $x^2 + x = 132 \rightarrow x^2 + x - 132 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{529}}{2} = \frac{-1 \pm 23}{2} = \begin{cases} x = 11 \\ x = -12 \end{cases}$

Soluciones: los números son 11 y 12, o bien los números son -12 y -11.

- 6.59. María tiene cinco años menos que su hermano. Dentro de dos años, la edad de María será la mitad de la de su hermano. ¿Cuántos años tiene cada uno?**

Edad del hermano hoy: x

Edad de María hoy: $x - 5$

Edad del hermano dentro de 2 años: $x + 2$

Edad de María dentro de 2 años: $x - 5 + 2 \rightarrow x - 3$

Ecuación: $x - 3 = \frac{x + 2}{2}$

Resolución: $2x - 6 = x + 2 \rightarrow x = 8$

Solución: El hermano tiene 8 años, y María, 3.

- 6.60. La revista del colegio propone a Nuria escribir un artículo sobre Ecología. Le dicen que dispone de 3 páginas con 3 columnas cada una. Nuria decide dedicar al reciclaje el doble de columnas que a la introducción, y a las energías renovables una columna más que a la introducción. ¿Cuántas columnas dedica a cada apartado?**

N.º de columnas para la introducción: x

N.º de columnas para el reciclaje: $2x$

N.º de columnas para energías renovables: $x + 1$

Ecuación: $x + 2x + (x + 1) = 9$

Resolución: $x + 2x + x + 1 = 9 \rightarrow 4x + 1 = 9 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$

Dedica 2 columnas a la introducción, 4 al reciclaje y 3 a energías renovables.

- 6.61. Halla tres números impares consecutivos cuya suma valga 69.**

Primer número: $2x + 1$

Siguiente número: $2x + 1 + 2 = 2x + 3$

Siguiente número: $2x + 3 + 2 = 2x + 5$

Ecuación: $(2x + 1) + (2x + 3) + (2x + 5) = 69$

Resolución: $2x + 1 + 2x + 3 + 2x + 5 = 69 \rightarrow 6x + 9 = 69 \rightarrow 6x = 60 \rightarrow x = 10$

Solución: Primer número: $2x + 1 = 20 + 1 = 21$

Siguiente número: $2x + 3 = 20 + 3 = 23$

Siguiente número: $2x + 5 = 20 + 5 = 25$

- 6.62. Al dividir un número aumentado en 16 por dicho número se obtiene 9 como cociente exacto. ¿Cuál es dicho número?**

Número buscado: x

Número aumentado en 16: $x + 16$

Ecuación: $\frac{x + 16}{x} = 9$

Resolución: $x + 16 = 9x \rightarrow 16 = 8x \rightarrow 2 = x$

Solución: El número es el 2.

- 6.63. Un viajero hace un trayecto en tres etapas. En la primera recorre un cuarto del trayecto; en la segunda, la mitad del trayecto que queda, y en la tercera, 60 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros tiene el trayecto?**

Longitud del trayecto: x

Primera etapa: $\frac{x}{4}$ (luego quedan $x - \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x$)

Segunda etapa: $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}x \rightarrow \frac{3}{8}x$

Tercera etapa: 60 km

Ecuación: $\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x + 60 = x$

Resolución: $2x + 3x + 480 = 8x \rightarrow 480 = 3x \rightarrow 160 = x$

Solución: El trayecto tiene 160 kilómetros.

- 6.64. Una pastelería quiere preparar paquetes mezclando caramelos de naranja de 2 euros el kilogramo con 8 kilogramos de caramelos de limón de 5 euros el kilogramo. ¿Cuántos caramelos de naranja tiene que utilizar para que el kilogramo de la mezcla salga a 3 euros?**



Número de kg de caramelos de naranja de 2 €/kg que mezclamos: $x \rightarrow$ Coste: $2x$ €.

Número de kg de caramelos de limón de 5 €/kg que mezclamos: 8 kg \rightarrow Coste: 40 €.

Coste por separado: $2x + 40$

Número de kg de mezcla: $8 + x \rightarrow$ Coste conjunto: $3(8 + x)$ €

Ecuación: $2x + 40 = 3(8 + x)$

Resolución: $2x + 40 = 24 + 3x \rightarrow 16 = x$

Solución: Habrá que mezclar 16 kilogramos de caramelos de naranja con los 8 kilogramos de limón.

- 6.65. Un acuario tiene doble capacidad que otro. Están llenos de agua y, si se sacan 30 litros de cada uno, en uno queda triple cantidad de agua que en el otro.**

a) ¿Cuál es la capacidad de los acuarios?

b) ¿Cuál es la cantidad de agua que queda en cada recipiente?

Capacidad del primero: $x \rightarrow$ Si sacamos 30 litros, quedan $x - 30$.

Capacidad del segundo: $2x \rightarrow$ Si sacamos 30 litros, quedan $2x - 30$.

Ecuación: $2x - 30 = 3 \cdot (x - 30)$

Resolución: $2x - 30 = 3x - 90 \rightarrow -x = -60 \rightarrow x = 60$

Soluciones: a) Las capacidades son 60 litros el primero y 120 litros el segundo.

b) Quedarán 30 y 90 litros, respectivamente.

- 6.66. Dos de las condiciones que impone la legislación española para optar a la adopción de un niño o niña en Guinea son que el adoptante tenga al menos 25 años y que la diferencia de edad con el adoptado sea de, al menos, 14 años. Si María tiene 32 años y hace cinco años que Araba tenía un cuarto de la edad actual de María, ¿puede María optar a la adopción de Araba?**

Edad actual de Araba: x

Ecuación: $x - 5 = \frac{32}{4}$

Resolución: $x - 5 = 8 \rightarrow x = 13$

La edad actual de Araba es 13 años. Como María tiene 32, y $32 - 13 = 19$, sí podrá optar a la adopción.

- 6.67. (TIC) Mezclamos 50 litros de un aceite de 3,60 euros el litro con 70 litros de otro aceite de 4,20 euros el litro. ¿Qué precio debe tener el litro de la mezcla?**

Precio de la mezcla: $x \text{ €/L} \rightarrow$ Coste de la mezcla: $(50 + 70)x \rightarrow 120x \text{ €}$

Coste por separado: $50 \cdot 3,60 + 70 \cdot 4,20 = 474 \text{ €}$

Ecuación: $120x = 474 \rightarrow x = 3,95 \text{ €}$

Solución: Se debe vender a 3,95 €/L.

- 6.68. En una clase de 2.º de ESO, la cuarta parte de los alumnos cursa Recuperación de Matemáticas; la tercera parte, Recuperación de Lengua, y los 10 restantes cursan Francés. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?**

N.º de alumnos: x . En recuperación de Matemáticas: $\frac{x}{4}$. En recuperación de Lengua: $\frac{x}{3}$.

En Francés: 10 alumnos

Ecuación: $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + 10 = x$

Resolución: $3x + 4x + 120 = 12x \rightarrow 7x + 120 = 12x \rightarrow 120 = 5x \rightarrow 24 = x$

- 6.69. El perímetro de la base de un depósito rectangular es de 10 metros. El ancho de la base es la cuarta parte del largo.**

¿Cuánto tiene que medir la altura del depósito para que su capacidad sea de 8 metros cúbicos?

Largo de la base: x Ancho de la base: $\frac{x}{4}$

Ecuación: Del perímetro $\rightarrow 2x + \frac{2x}{4} = 10 \rightarrow 2x + \frac{x}{2} = 10 \rightarrow 4x + x = 20 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$

El largo de la base mide 4 m, y el ancho, 1 m.

Altura del depósito: y

Ecuación: La capacidad es de 8 metros cúbicos $\rightarrow 4 \cdot 1 \cdot y = 8 \rightarrow 4y = 8 \rightarrow y = 2$.

Solución: El depósito mide 2 metros de alto.

- 6.70. Un autobús sale de una ciudad con una velocidad constante de 80 km/h. Al cabo de una hora sale desde la misma ciudad y en la misma dirección un coche con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuándo se juntarán?**

Llamemos t al tiempo (en horas) que tarda el coche en alcanzar al autobús.

El autobús habrá recorrido $80t + 80$.

El coche habrá recorrido $100t$.

Ecuación: $80t + 80 = 100t$

Resolución: $80 = 20t \rightarrow 4 = t$

Solución: tardan 4 horas en encontrarse y estarán a $100 \cdot 4 = 400 \text{ km}$ de la ciudad.

- 6.71. El suelo de una habitación es rectangular. Un lado del suelo es 2 metros mayor que el otro. La altura de la habitación mide 2,5 metros, y el volumen es de 37,5 metros cúbicos. Calcula los lados del suelo.**

Medida del lado menor: x Medida del lado mayor: $x + 2$ Altura de la habitación: 2,5 m

Ecuación: Volumen = $37,5 \text{ m}^3 \rightarrow x \cdot (x + 2) \cdot 2,5 = 37,5 \rightarrow x(x + 2) = 15 \rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0$

Resolución: $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm 8}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x = -5 \\ x = 3 \end{cases}$

Solución: como no tienen sentido longitudes negativas, los lados del suelo miden 3 m y $(3 + 2) = 5 \text{ m}$, respectivamente.

- 6.72. El médico recomienda a Marcos montar en bicicleta. Le sugiere que empiece con los kilómetros que pueda y que cada día aumente la distancia en una cantidad de kilómetros igual al doble de días que haya montado, así hasta llegar a 16 kilómetros. Marcos hace 8 kilómetros el primer día. ¿Cuántos días pasan hasta que recorre lo recomendado por el médico?**

Días que pasan para recorrer lo recomendado por el médico: x

Ecuación: $8 + 2x = 16$

Resolución: $2x = 8 \rightarrow x = 4$

Solución: Pasan 4 días para recorrer lo recomendado por el médico.

- 6.73. Queremos hacer un mosaico cuadrado con azulejos también cuadrados. Si ponemos x azulejos en cada lado del mosaico nos sobran 87 y si ponemos un azulejo más en cada lado nos faltan 40 azulejos para poder completar el mosaico. ¿Cuántos azulejos tenemos?**

Si usamos x azulejos en cada lado, sobran 87. Tenemos, por tanto, $x^2 + 87$ azulejos.

Si utilizamos $x + 1$ azulejos en cada lado, faltan 40: tenemos, por tanto, $(x + 1)^2 - 40$ azulejos.

Ecuación: $x^2 + 87 = (x + 1)^2 - 40$

Resolución: $x^2 + 87 = x^2 + 2x + 1 - 40 \rightarrow 87 = 2x - 39 \rightarrow 2x = 87 + 39 = 126 \rightarrow x = 63$

Solución: Tenemos $63^2 + 87 = 4056$ azulejos.

- 6.74. Un lado de un carnet de biblioteca mide 3 centímetros más que el otro, y la diagonal mide 6 centímetros más que el primer lado.**

Calcula el área del carnet.

Ancho: x

Largo: $x + 3$

Diagonal: $x + 6$

Ecuación: $x^2 + (x + 3)^2 = (x + 6)^2$ (Del teorema de Pitágoras)

Resolución: $x^2 + x^2 + 6x + 9 = x^2 + 12x + 36 \rightarrow x^2 + x^2 + 6x + 9 - x^2 - 12x - 36 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 27 = 0$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{6 \pm 12}{2 \cdot 1} = \begin{cases} x = 9 \\ x = -3 \end{cases}$$

De las dos soluciones, la que tiene significado geométrico es $x = 9$. Luego el ancho del carnet mide 9 centímetros, y el largo, $9 + 3 = 12$.

Área del carnet: $9 \cdot 12 = 108 \text{ cm}^2$.

AMPLIACIÓN

- 6.75. Isa viene en bici al instituto y quiere llegar a una cierta hora. Si viene a 20 km/hora llega 3 minutos tarde, y si viene a 30 km/hora llega 3 minutos antes. ¿A qué velocidad, en km/h, tiene que venir para llegar justo a la hora que quiere?**

a) 25

b) 24

c) 23

d) 22

Tiempo que debería tardar: t

A 20 km/h tarda: $t + \frac{3}{60} \rightarrow$ vive a $20 \left(t + \frac{3}{60} \right) \rightarrow 20t + 1$ kilómetros

A 30 km/h tarda: $t - \frac{3}{60} \rightarrow$ vive a $30 \left(t - \frac{3}{60} \right) \rightarrow 30t - \frac{3}{2}$ kilómetros

Ecuación: $30t - \frac{3}{2} = 20t + 1$

Resolución: $60t - 3 = 40t + 2 \rightarrow 20t = 5 \rightarrow t = 0,25$

Debería tardar 0,25 horas (15 minutos) y vive a $20 \cdot 0,25 + 1 = 6$ km, luego debería ir a $\frac{6}{0,25} = 24 \text{ km/h}$.

La respuesta correcta es la b.

- 6.76. En un viaje de turismo, Alicia llevó d €. Al cambiarlos por la moneda del país, el mon, recibió 10 mons por cada 7 €. Si después de gastar 60 mons tenía aún d mons, ¿cuál es la suma de las cifras de d ?

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8

Tenía d euros y le dieron $60 + d$ mons.

Estableciendo las proporciones: $\frac{10}{7} = \frac{d+60}{d} \rightarrow 10d = 7d + 420$

De donde $3d = 420 \rightarrow d = 140$

La respuesta correcta es la a: $5 = 1 + 4 + 0$.

- 6.77. En un grupo de estudiantes, el 40 % son chicas. Abandonan 2 chicas el grupo y llegan 2 chicos, resultando ahora que el 30 % son chicas. ¿Cuántas chicas había inicialmente en el grupo?

a) 4 b) 6 c) 8 d) 10

Si hay x personas, de ellas serán chicas: $\frac{40x}{100}$.

Si se van 2 chicas y llegan 2 chicos, el n.º de personas no cambia, pero ahora serán chicas $\frac{30x}{100}$.

Esto son dos chicas menos, luego $\frac{40x}{100} = \frac{30x}{100} + 2$.

Por tanto: $10x = 200 \rightarrow x = 20$. Luego serán chicas el 40 % de 20, es decir, 8 personas.

La respuesta correcta es la c.

- 6.78. Cuando desplazamos la coma cuatro lugares a la derecha en cierto número decimal positivo, resulta un número que es el cuádruple del inverso del número dado. ¿Qué número es el dado?

a) 0,0002 b) 0,002 c) 0,02 d) 0,2

Desplazar 4 puestos la coma hacia la derecha es multiplicar el número por 10 000: $10\,000x$.

Ecuación: $10\,000x = 4 \cdot \frac{1}{x}$

Resolución: $10\,000x^2 = 4 \rightarrow x^2 = \frac{4}{10\,000} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{10\,000}} = \pm \frac{2}{100} = \pm 0,02$. Respuesta c.

- 6.79. Una bolsa tiene bolas rojas y bolas azules, más azules que rojas. Echamos bolas rojas hasta que las azules sean solo $\frac{1}{3}$ del total. Luego, echamos bolas amarillas hasta que las azules sean solo $\frac{1}{5}$ del total. Finalmente doblamos el número de bolas azules. ¿Qué fracción del total son ahora azules?

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{5}$

Hasta justo antes de doblar el número de bolas azules hay x bolas, de las que $\frac{x}{5}$ son azules.

Al doblar el número de azules, tendremos $x + \frac{x}{5} \rightarrow \frac{6x}{5}$ bolas, de las que $\frac{2x}{5}$ son azules.

La fracción buscada será: $\frac{\frac{2x}{5}}{\frac{6x}{5}} = \frac{10x}{30x} = \frac{1}{3}$. Por tanto, la respuesta correcta es la c.

AUTOEVALUACIÓN

6.1. Averigua en cada caso si se verifica la ecuación para el valor asignado a x.

a) $2x - (3 - x) = 6$, $x = 3$

b) $5 - 2 \cdot \frac{x-5}{3} = 7$, $x = 12$

a) Sustituimos $2 \cdot 3(3 - 3) = 6 - 0 = 6$. Sí se verifica.

b) Sustituimos $5 - 2 \cdot \frac{12-5}{3} = 5 - 2 \cdot \frac{7}{3} = 5 - \frac{14}{3} = \frac{15}{3} - \frac{14}{3} = \frac{1}{3} \neq 7$. No se verifica.

6.2. Indica en cada caso si las ecuaciones son equivalentes.

a) $1 - x = x$; $x + 1 = 1$; $x = 1$

b) $\frac{x}{2} - 3 = 5$; $x - 6 = 10$; $x = 16$

a) No son equivalentes. La primera tiene por solución $x = \frac{1}{2}$; la segunda, $x = 0$, y la tercera, $x = 1$.

b) Sí lo son, porque las tres tienen por solución $x = 16$.

6.3. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $6 + 4x + 3 - 5x = 6x - 11 + 3x$

c) $\frac{5x}{2} - \frac{9}{2} = \frac{x}{4}$

b) $8(7 - x) + 23 = -3x + 34$

d) $2x - \frac{5x-1}{6} - \frac{-3-3x}{2} = -1$

a) $6 + 4x + 3 - 5x = 6x - 11 + 3x \rightarrow 9 - x = 9x - 11 \rightarrow -x - 9x = -11 - 9 \rightarrow -10x = -20 \rightarrow x = 2$

b) $8(7 - x) + 23 = -3x + 34 \rightarrow 56 - 8x + 23 = -3x + 34 \rightarrow 79 - 8x = -3x + 34 \rightarrow$
 $\rightarrow -8x + 3x = 34 - 79 \rightarrow -5x = -45 \rightarrow x = 9$

c) $\frac{5x}{2} - \frac{9}{2} = \frac{x}{4} \rightarrow 10x - 18 = x \rightarrow 10x - x = 18 \rightarrow 9x = 18 \rightarrow x = 2$

d) $2x - \frac{5x-1}{6} - \frac{-3-3x}{2} = -1 \rightarrow 12x - (5x - 1) - 3 \cdot (-3 - 3x) = -6 \rightarrow 12x - 5x + 5 + 9 + 9x = -6$
 $16x + 14 = -6 \rightarrow 16x = -6 - 14 \rightarrow 16x = -20 \rightarrow x = \frac{-20}{16} = \frac{-5}{4}$

6.4. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 = 6x$

c) $4x^2 + x - 5 = 0$

b) $x^2 = 75 - 2x^2$

d) $(x + 1)^2 = x + 3$

a) $2x^2 - 6x = 0 \rightarrow 2x(x - 3) = 0 \rightarrow$ o bien $2x = 0$ o bien $x - 3 = 0 \rightarrow$ Soluciones: $x = 0$ y $x = 3$

b) $x^2 + 2x^2 = 75 \rightarrow 3x^2 = 75 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = \pm\sqrt{25} = \pm 5 \rightarrow$ Soluciones: $x = 5$ y $x = -5$

c) $4x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-5)}}{2 \cdot 4} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{8} = \frac{-1 \pm 9}{8} = \begin{cases} x = \frac{8}{8} = 1 \\ x = \frac{-10}{8} = \frac{-5}{4} \end{cases}$

d) $(x + 1)^2 = x + 3 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = x + 3 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} x = \frac{2}{2} = 1 \\ x = \frac{-4}{2} = -2 \end{cases}$$

6.5. Si a un número se le suma 1 y el resultado se multiplica por 3, da 57. ¿Cuál es dicho número?

Número buscado: x

Ecuación: $(x + 1) \cdot 3 = 57$

Resolución: $3x + 3 = 57 \rightarrow 3x = 54 \rightarrow x = 18$

Solución: El número buscado es el 18.

- 6.6. Elena tiene 4 años más que su hermano Javier, y hace 6 años ella tenía el doble de edad que la que entonces tenía su hermano.**

Calcula cuántos años tiene actualmente cada uno.

Edad de Javier hoy: x

Edad de Javier hace 6 años: $x - 6$

Edad de Elena hoy: $x + 4$

Edad de Elena hace 6 años: $x + 4 - 6 \rightarrow x - 2$

Ecuación:

$$x - 2 = 2(x - 6)$$

Resolución:

$$x - 2 = 2x - 12 \rightarrow x - 2x = -12 + 2 \rightarrow -x = -10 \rightarrow x = 10$$

Solución: Javier tiene 10 años, y Elena, 14 ($10 + 4$).

- 6.7. El perímetro de un triángulo isósceles mide 81 centímetros. Si cada uno de los lados iguales mide el cuádruple que el lado desigual, ¿cuánto miden los lados del triángulo?**

Medida del lado desigual:

x

Medida de cada uno de los lados iguales:

$4x$

Ecuación:

$$x + 4x + 4x = 81$$

Resolución:

$$9x = 81 \rightarrow x = 9$$

Solución: el lado desigual mide 9 cm, y los lados iguales, 36 cm cada uno.

- 6.8. En unas pruebas de atletismo juvenil participaron 15 atletas. A los 5 primeros en llegar a la meta se les premió con 10 puntos más que a los demás.**

Si en total se repartieron 200 puntos, ¿cuántos recibió cada atleta?

Puntos de cada uno de los 10 últimos:

$x \rightarrow$ Total de puntos: $10x$

Puntos de cada uno de los 5 primeros:

$x + 10 \rightarrow$ Total de puntos: $5(x + 10)$

Ecuación:

$$10x + 5(x + 10) = 200$$

Resolución:

$$10x + 5x + 50 = 200 \rightarrow 15x = 150 \rightarrow x = 10$$

Solución: los diez últimos recibieron 10 puntos, y los cinco primeros, 20 puntos cada uno.

- 6.9. Dos números naturales se diferencian en 3 unidades. Si su producto es 238, ¿cuáles son esos números?**

Primer número:

x

Segundo número:

$x + 3$

Ecuación:

$$x \cdot (x + 3) = 238$$

Resolución:

$$x^2 + 3x - 238 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot (-238)}}{2} = \frac{-3 \pm 31}{2} = \begin{cases} x = 14 \\ x = -17 \end{cases}$$

Solución: cómo los números son naturales, serán 14 y 17.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Juega y deduce > Magia matemática

Puedes realizar el truco con varios amigos a la vez. Cada uno de ellos elige mentalmente un número del 51 al 100 [...]. El mago, es decir, tú, escribes un número del 1 al 50 y lo guardas en un sobre.

Resta mentalmente el número del sobre de 99. Anuncia el resultado en voz alta. Luego, di a tus amigos que lo sumen cada uno al número que ha pensado, que retiren la primera cifra de la suma y añadan esa cifra al resultado. A continuación, habrán de restar este último número del número que pensaron al principio y así obtendrán la respuesta final. Tus amigos no deben saberlo, pero dicha respuesta es la misma para todos. Cada uno de ellos mirará el número guardado en el sobre. [...]

Michael Holt: *Matemáticas recreativas 2*, 2002.

- 6.1. Haz este truco a alguno de tus amigos y comprueba el resultado.**

Ejercicio de práctica en clase.

- 6.2. ¿Puedes explicar el truco del texto? (Ayuda: llama x al número que piensas tú, e y , al número que piensan tus amigos.)

Llamemos x al número pensado por nosotros e y al pensado por nuestros amigos:

1.ª orden: restamos $99 - x$. (Es un número entre 49 y 98).

2.ª orden: nuestros amigos lo suman al suyo: $(99 - x) + y$. (Es un número entre 100 y 199).

3.ª orden: retirar la 1.ª cifra (el 1) y sumarla al resultado. Si lo hacemos sin retirar la primera, tenemos $99 - x + y + 1 \rightarrow 100 + y - x$. (Pero como hemos retirado la 1.ª cifra, queda $y - x$).

4.ª orden: restar este número al número pensado: $y - (y - x) = x$.

Todos obtendrán el número x escrito por el mago.

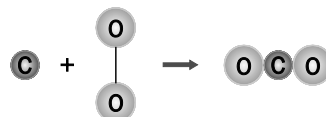
- 6.3. Si entras en www.e-sm.net/2esoz32, encontrarás más juegos matemáticos con los que sorprender a tu familia y amigos. Intenta encontrar su explicación.

Actividad en la red.

Investiga y resuelve > Equilibrio químico

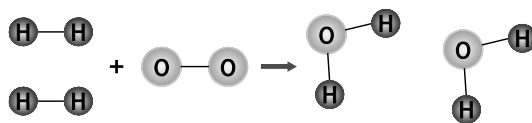
Las reacciones químicas se representan mediante ecuaciones químicas. En estas, el número de átomos de las sustancias que reaccionan y de los productos resultantes de la reacción deben coincidir; entonces decimos que la reacción está equilibrada.

Por ejemplo, a partir de carbono (C) y de oxígeno (O_2) se obtiene dióxido de carbono (CO_2): $C + O_2 \rightarrow CO_2$

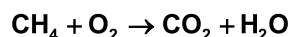
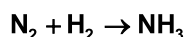


A partir de hidrógeno (H_2) y de oxígeno (O_2) se obtiene agua (H_2O): $H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$

Para que esta reacción esté equilibrada y haya los mismos átomos de oxígeno, debemos obtener dos moléculas de agua. Para obtener esas dos moléculas de agua se necesitan dos moléculas de hidrógeno: $2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O$



- 6.1. Intenta equilibrar estas reacciones químicas. Si no conoces alguna de estas sustancias, puedes buscarlas en internet o preguntar a tu profesor de Ciencias Naturales.



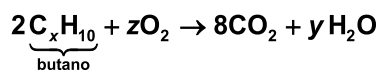
La primera reacción equilibrada es $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$

Intervienen el nitrógeno y el hidrógeno para dar lugar al amoníaco.

La segunda es $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$

Se trata de la combustión del metano, produciendo dióxido de carbono y agua.

- 6.2. Ahora vas a utilizar ecuaciones sencillas para ajustar esta reacción química:



Esta ecuación representa una reacción que seguro que conoces: la combustión del butano, la sustancia que llena las bombonas que se utilizan en muchos hogares.

Del carbono tenemos: $2 \cdot x = 8 \rightarrow x = 4$.

Del hidrógeno tenemos: $2 \cdot 10 = 2 \cdot y \rightarrow y = 10$.

Ahora que tenemos y , del oxígeno tenemos: $2 \cdot z = 2 \cdot 8 + 10 \rightarrow 2z = 26 \rightarrow z = 13$.

Por tanto, la ecuación ajustada es: $2 \underbrace{C_4 H_{10}}_{\text{butano}} + 13 O_2 \rightarrow 8 CO_2 + 10 H_2O$.

Aprende a pensar > Presupuestos y fichajes

El equipo de fútbol del pueblo ha hecho este año una gran inversión en fichajes. El presidente se encuentra muy satisfecho, pero el tesorero se halla bastante preocupado, y está buscando la mejor forma de recuperar todo el dinero que pueda.

El campo tiene capacidad para 20 000 espectadores. El tesorero ha comprobado que la cantidad de público solo está relacionada con el precio de las entradas.

Cuando la entrada es gratuita, el estadio se llena. Por cada 5 euros de aumento en el precio de la entrada asisten al estadio 2000 espectadores menos.

- 6.1. ¿Cuántos espectadores habrá si cada entrada cuesta 10 euros? ¿Cuál será la recaudación total en este caso?

Dejarán de asistir $\frac{10}{5} \cdot 2000 = 4000$ espectadores.

Habrà 20 000 – 4000 = 16 000 espectadores.

La recaudación será de 16 000 · 10 = 160 000 €.

- 6.2. Si las entradas son muy caras, puede ocurrir que no vaya nadie al estadio. ¿A partir de qué precio ocurre esto?

Sea x el precio buscado. Para ese precio habrán dejado de asistir $\frac{x}{5} \cdot 2000 \rightarrow 400x$ espectadores.

No habrá nadie en el estadio si $400x = 20000 \rightarrow x = 50$. El precio buscado es 50 €.

- 6.3. Copia y completa en tu cuaderno la siguiente tabla, que relaciona el precio de la entrada, el número de espectadores y los beneficios obtenidos.

Precio (x)	0	5	10	15	20	25	30
N.º espectadores (n)	20 000	18 000	16 000	14 000	12 000	10 000	8000
Beneficios	0	90 000	160 000	210 000	240 000	250 000	240 000

- 6.4. Ahora trata de encontrar la ecuación que permite calcular el beneficio dependiendo del número de espectadores. Empieza calculando cuántos espectadores se pierden por cada euro de subida. ¿De qué tipo es la expresión que has obtenido?

Precio de las entradas: x €

Número de asistentes: $20\,000 - 400x$

Beneficios: $(20\,000 - 400x) \cdot x \rightarrow B(x) = -400x^2 + 20\,000x$ (Un polinomio de 2.º grado)

- 6.5. A partir de la tabla que has completado antes, ¿para qué precio se obtiene el máximo beneficio?

Observando la tabla vemos que pasados los 25 € los beneficios bajan (dándose una clara simetría alrededor del valor 25 € para el precio de las entradas). Este es, efectivamente, el precio que da el beneficio máximo.

- 6.6. Busca información sobre los presupuestos de los equipos de Primera División para esta temporada. Ordénalos de mayor a menor. ¿El orden es parecido a su clasificación en el último campeonato de liga?

Ejercicio abierto de búsqueda de información y análisis de los datos.

- 6.7. El presupuesto oficial de los equipos de Primera División en la temporada 2009-10 ascendió a 1800 millones de euros, aproximadamente. Según datos de la ONU, la mitad de los habitantes de África sobreviven con menos de 1,10 € al día. Calcula de cuánto dinero dispone cada uno de ellos durante un año, y cuántas personas podrían vivir con esos 1800 millones de euros. ¿Qué te parece el resultado?

Debate tu opinión en <http://matematicas20.aprenderapensar.net/>.

Dinero del que dispone cada uno durante un año: $1,10 \cdot 365 = 401,50$ €.

Personas que podrían vivir un año con esos 1800 millones y con ese presupuesto diario:

$1\,800\,000\,000 : 401,5 = 4\,483\,188$ personas (aproximadamente).

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Ana María Álvarez, Marina Díaz, Mariano García, Serafín Mansilla, José Ramón Vizmanos**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar, Raúl Osuna**

Revisión contenidos: **Jesús García Gual**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Estudio “Haciendo el león”**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de “Página fotocopiable”.

© Ediciones SM

Impreso en España – *Printed in Spain*