10 Medidas. Teorema de Pitágoras

ACTIVIDADES INICIALES

10.I. En atletismo, las marcas que realizan los atletas se miden hasta las centésimas de segundo. En baloncesto, el tiempo se mide hasta en décimas de segundo. En fútbol se mide en minutos y segundos. ¿A qué crees que se deben estas diferencias?

Como en la fórmula 1, las diferencias en atletismo pueden ser mínimas. En una carrera de 100 metros lisos, los atletas pueden llegar prácticamente empatados, por lo que se necesita esa precisión. En cambio, en el fútbol no es necesaria, un partido de 90 minutos puede alargarse algunos minutos o segundos.

10.II. ¿Qué unidades utilizarías para medir el tiempo que dura una clase? ¿Y la edad de una persona? Calcula tu edad aproximada en segundos. ¿Por qué no se utiliza esta unidad?

El tiempo que dura una clase se medirá en minutos, y la edad de una persona, en años (en los bebés, en meses). La edad en segundos es poco práctica y nada precisa. Dependiendo de la edad de cada alumno, y de si cuentan solo los años o también meses y días, la edad en segundos variará.

10.III. En el Gran Premio de Bahrein de 2010 el piloto S. Vettel consiguió colocarse el primero en la parrilla de salida, la *pole*, con un tiempo de 1 minuto 54,101 segundos en su mejor vuelta de clasificación. Alonso salió tercero, con un tiempo de clasificación de 1:54,608. En la carrera los pilotos debían completar 49 vueltas. Si ambos hubiesen ido siempre a ese ritmo, ¿cuál habría sido la diferencia al final de la carrera?

La diferencia en la vuelta fue de 0,507 segundos. En 49 vueltas, la ventaja habría sido de unos 24,8 segundos.

10.IV. Alonso terminó ganando la carrera, empleando un tiempo de 1 h 39 min 20,396 s. ¿Cuál fue su tiempo medio por vuelta? ¿Fue mejor o peor que el de clasificación? ¿Por qué?

El tiempo medio por vuelta fue ligeramente superior a 2 minutos (2 minutos 1,640 segundos). Fue peor que el de la vuelta de clasificación, ya que durante la carrera los pilotos realizan paradas para cambiar los neumáticos, en las que pierden tiempo, y además empiezan la carrera con los depósitos llenos, por lo que las primeras vueltas se hacen mucho más despacio.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

10.1. Indica algún instrumento de medida que consideres adecuado para cada una de las siguientes situaciones.

a) Amueblar una habitación.

b) Obtener las marcas obtenidas en unos juegos escolares que incluyen carreras, salto de longitud y lanzamiento de peso.

a) Cinta métrica para tomar las medidas de la habitación.

b) Para salto de longitud, cinta métrica. Para lanzamiento de peso, cinta métrica. Para carreras, en general, cronómetro.

10.2. En la compraventa de un terreno rectangular, el comprador va a pagar 500 euros por cada metro cuadrado del mismo. ¿Crees que sería adecuado realizar una estimación de las medidas del campo mediante pasos, considerando que cada paso es aproximadamente de un metro?

El error cometido puede ser demasiado grande. La cantidad de dinero a pagar podría estar bastante alejada de la inicialmente pactada. Debería utilizarse, como mínimo, una cinta métrica y cualquier instrumento de medida de ángulos.

10.3. Jorge quiere estimar el tiempo que va a tardar en montar en una montaña rusa. Para ello observa que la cola para montar avanza unos 10 metros cada 5 minutos.

a) ¿Cuánto tiempo le falta para montar si hay 60 metros desde el comienzo de la cola hasta donde él se encuentra?

b) ¿Cuántas personas hay delante de Jorge si estima que hay 8 por metro?

a) Estima que el tiempo que le falta para montar es $\frac{60}{10} \cdot 5 = 30$ minutos.

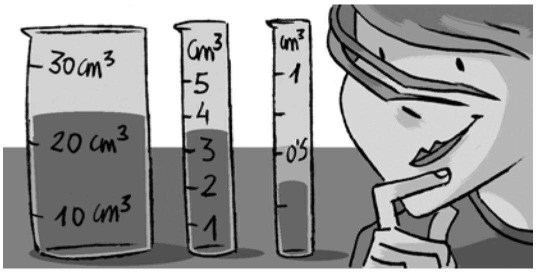
b) El número de personas que hay delante de él es de aproximadamente 8 · 60 = 480.

10.4. Ana sabe que un palmo de su mano mide unos 18 centímetros y quiere saber si un baúl entrará o no por la puerta de su habitación, que mide 90 x 210 centímetros. ¿Puedes ayudarla?

El baúl cabrá siempre que sus dos medidas más pequeñas sean inferiores a 90 y 210 cm, es decir, inferiores a $\frac{90}{18} = 5$ palmos y $\frac{210}{18} \approx 12$ palmos.

10.5. Actividad resuelta.

10.6. Expresa la medida del volumen marcado en cada una de las siguientes probetas de laboratorio y señala una acotación del error cometido.



La primera contiene entre 20 y 30 cm^3. La cota del error es de 10 cm^3.

La segunda contiene entre 3 y 4 cm^3. La cota del error es de 1 cm^3.

La tercera contiene entre 0,25 y 0,50 cm^3. La cota del error es de 0,25 cm^3.

10.7. Carlos ha dado ocho vueltas a un campo cuadrado y quiere saber cuántos metros ha recorrido. Para ello ha medido el lado del cuadrado con una cinta métrica que aprecia hasta el centímetro y ha obtenido un valor de 20,25 metros.

¿Entre qué dos valores estará comprendida la verdadera distancia que ha recorrido?

La verdadera distancia del lado del cuadrado está comprendida entre 20,25 y 20,26 metros.

La verdadera distancia del perímetro del cuadrado está comprendida entre $20{,}25 \cdot 4 = 81$ y

$20{,}26 \cdot 4 = 81{,}04$ metros.

La verdadera distancia recorrida por Carlos está comprendida entre $81 \cdot 8 = 648$ y $81{,}04 \cdot 8 = 648{,}32$ metros.

10.8. Un palmo de Jorge mide entre 17 y 18 centímetros. ¿Entre qué dos valores estará comprendida la verdadera altura de una mesa si Jorge a contado cuatro palmos? ¿Cuál es el error máximo de la estimación?

La altura de la mesa estará comprendida entre $17 \cdot 4 = 68$ y $18 \cdot 4 = 72$ cm. Por tanto, el error máximo será de $72 - 68 = 4$ cm.

10.9. Actividad resuelta.

10.10. (TIC) Con la ayuda de la tabla de la derecha, trasforma las siguientes cantidades.

Cambio de divisas	
11 de julio de 2010	
1 dólar USA ($)	0,7914 €
1 libra esterlina (£)	1,1922 €
100 yenes	0,8934 €

a) 245 € a dólares

b) 125 € a yenes

c) 45 $ a euros

d) 100 £ a euros

e) 20 $ a libras

f) 130 £ a yenes

a) $245 \text{ euros} = 245 \text{ euros} \cdot \dfrac{1 \text{ dólar}}{0{,}7914 \text{ euros}} = 309{,}58 \text{ dólares}$

b) $125 \text{ euros} = 125 \text{ euros} \cdot \dfrac{100 \text{ yenes}}{0{,}8934 \text{ euros}} = 13\,991 \text{ yenes}$

c) $45 \text{ dólares} = 45 \text{ dólares} \cdot \dfrac{0{,}7914 \text{ euros}}{1 \text{ dólar}} = 35{,}61 \text{ euros}$

d) $100 \text{ libras} = 100 \text{ libras} \cdot \dfrac{1{,}1922 \text{ euros}}{1 \text{ libra}} = 119{,}22 \text{ euros}$

e) $20 \text{ dólares} = 20 \text{ dólares} \cdot \dfrac{0{,}7914 \text{ euros}}{1 \text{ dólar}} \cdot \dfrac{1 \text{ libras}}{1{,}1922 \text{ euros}} = 13{,}28 \text{ libras}$

f) $130 \text{ libras} = 130 \text{ libras} \cdot \dfrac{1{,}1922 \text{ euros}}{1 \text{ libra}} \cdot \dfrac{100 \text{ yenes}}{0{,}8934 \text{ euros}} = 17\,348 \text{ yenes}$

10.11. Indica la medida del ángulo que forman las dos agujas de los siguientes relojes.

En el primer caso forman un ángulo aproximado de $\dfrac{360^\circ}{12} \cdot 2 = 60^\circ$.

En el segundo caso forman un ángulo aproximado de $\dfrac{360^\circ}{12} \cdot 5 = 150^\circ$.

Nota: Los dibujos no responden a la realidad de un reloj, ya que, por ejemplo, en el primer caso, cuando la aguja de los minutos está en el 6, la de las horas debe estar a mitad de camino entre las 4 y las 5.

10.12. (TIC) Calcula cuántos días hubo desde el 1 de enero de 2001 hasta el 31 de diciembre de 2010, ambos inclusive. ¿Qué años de esta década fueron bisiestos?

En la década que va de 2001 a 2010 fueron bisiestos los años 2004 y 2008.

Por tanto, el número de días de este período fue de 365 · 8 + 366 · 2 = 3652.

10.13. Actividad interactiva.

10.14. (TIC) Reduce estas medidas de complejas a incomplejas en segundos.

a) 4 h 12 min 20 s

b) 20º 52' 7''

c) 17º 22' 48''

d) 12 h 38 min 9 s

a) 4 h 12 min 20 s = 4 · 3600 + 12 · 60 + 20 = 15 140 s

b) 20º 52' 7'' = 20 · 3600 + 52 · 60 + 7 = 75 127''

c) 17º 22' 48'' = 17 · 3600 + 22 · 60 + 48 = 62 568''

d) 12 h 38 min 9 s = 12 · 3600 + 38 · 60 + 9 = 45 489 s

10.15. (TIC) Convierte las siguientes medidas a la forma compleja.

a) 327 min

b) 4250 s

c) 825''

d) 480,35''

a) 327 min = 5 h 27 min

b) 4250 s = 1 h 10 min 50 s

c) 825'' = 13' 45''

d) 480,35'' = 8' 0,35''

10.16. (TIC) Realiza las siguientes operaciones.

a) 12 h 12 min 50 s + 25 h 12 min 45 s

b) 10 h 20 min 25 s – 10 h 50 min 20 s

c) 6 · (1 h 10 min 23 s)

d) (62 h 8 min 25 s) : 5

a) 12 h 12 min 50 s + 25 h 12 min 45 s

$$\begin{array}{rrr} 12\text{ h} & 12\text{ min} & 50\text{ s} \\ +25\text{ h} & 12\text{ min} & 45\text{ s} \\ \hline 37\text{ h} & 24\text{ min} & 95\text{ s} \end{array} \rightarrow 37\text{ h}\quad 25\text{ min}\quad 35\text{ s}$$

b) 10 h 20 min 25 s – 10 h 50 min 20 s

$$\begin{array}{rrr} 10\text{ h} & 50\text{ min} & 20\text{ s} \\ -10\text{ h} & 20\text{ min} & 25\text{ s} \end{array} \rightarrow \begin{array}{rrr} 10\text{ h} & 49\text{ min} & 80\text{ s} \\ -10\text{ h} & 20\text{ min} & 25\text{ s} \\ \hline & 29\text{ min} & 55\text{ s} \end{array}$$

El resultado es – (29 min 55 s).

c) 6 · (1 h 10 min 23 s) = 6 h 60 min 138 s = 7 h 2 min 18 s

d) (62 h 8 min 25 s) : 5 = 12 h 25 min 41 s

10.17. (TIC) Haz las siguientes operaciones.

a) 105º 2' 27'' + 25º 59' 33''

b) 66º 25' 12'' – 26º 45' 12''

c) 7 · (22º 26' 8'')

d) (56º 14' 15'') : 3

a) 105º 2' 27'' + 25º 59' 33'' = 130º 61' 60'' = 131º 2' 0''

b) 66º 25' 12'' – 26º 45' 12'' = 65º 85' 12'' – 26º 45' 12'' = 39º 40' 0''

c) 7 · (22º 26' 8'') = 154º 182' 56'' = 157º 2' 56''

d) (56º 14' 15'') : 3 = 18º 44' 45''

10.18. (TIC) Convierte estas medidas a la unidad indicada.

a) 2 h 45 min 10 s → min

b) 51º 13' 18'' → º

c) 17 h 31 min 22 s → h

a) 2 h 45 min 10 s ≈ 165,17 min

b) 51º 13' 18'' ≈ 51,22º

c) 17 h 31 min 22 s ≈ 17,523 h

10.19. (TIC) Si trazamos la bisectriz del ángulo *A* = 41º 15' 30'', ¿cuánto miden los ángulos resultantes?

Cada uno de los dos ángulos en que queda dividido el inicial medirá 41º 15' 30'' : 2 = 20º 37' 45''.

10.20. (TIC) Juan cronometra todos los días el tiempo que tarda en ir al colegio.

Lunes	1245 s
Martes	435 s
Miércoles	18 min 50 s
Jueves	22 min 15 s
Viernes	12,42 min

Calcula cuánto tiempo dedica a la semana a llegar al colegio.

1245 s + 435 s + 18 min 50 s + 22 min 15 s + 12,42 min = 1245 + 435 + 1130 + 1335 + 745,2 = = 4890,2 s = 1 h 21 min 30,2 s

10.21. Actividad interactiva.

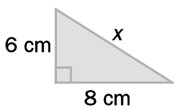
10.22. Actividad resuelta.

10.23. En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 15 centímetros, y uno de los catetos, 12. ¿Cuánto mide el otro cateto?

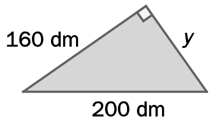
$c = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm

10.24. En cada caso, calcula el lado desconocido.

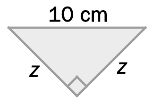
a)



b)



c)



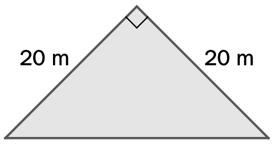
a) $x^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow x = \sqrt{100} = 10\,\text{cm}$

b) $200^2 = 160^2 + y^2 \Rightarrow 40000 = 25600 + y^2 \Rightarrow y^2 = 40000 - 25600 = 14400 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \sqrt{14400} = 120\,\text{dm}$

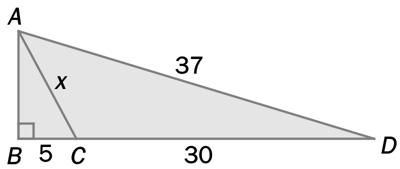
c) $z^2 + z^2 = 10^2 = 100 \Rightarrow 2z^2 = 100 \Rightarrow z^2 = 50 \Rightarrow z = \sqrt{50} = 7{,}07$ cm

10.25. Averigua el perímetro de un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos miden 20 metros cada uno.



$P = 20 + 20 + \sqrt{20^2 + 20^2} \approx 40 + 28{,}28 = 68{,}28$ m

10.26. Halla la longitud del lado desconocido, x.



$AB = \sqrt{37^2 - 35^2} = \sqrt{144} = 12$

$x = \sqrt{AB^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

10.27. Actividad resuelta.

10.28. Actividad resuelta.

10.29. Clasifica los siguientes triángulos.

a) $a = 11 \quad b = 60 \quad c = 61$

b) $a = 8 \quad b = 4 \quad c = 8$

c) $a = 15 \quad b = 18 \quad c = 8$

a) El lado mayor es c = 61. Calculamos:

$$\begin{cases} c^2 = 61^2 = 3721 \\ a^2 + b^2 = 11^2 + 60^2 = 121 + 3600 = 3721 \end{cases}$$

Como $c^2 = a^2 + b \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en C.

b) Uno de los lados mayores es c = 8. Calculamos:

$$\begin{cases} c^2 = 8^2 = 64 \\ a^2 + b^2 = 8^2 + 4^2 = 64 + 16 = 80 \end{cases}$$

Como $64 < 80 \Rightarrow c^2 < a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

c) El lado mayor es b = 18. Calculamos:

$$\begin{cases} b^2 = 18^2 = 324 \\ a^2 + c^2 = 15^2 + 8^2 = 225 + 64 = 289 \end{cases}$$

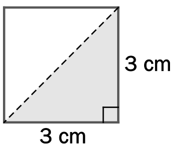
Como $324 > 289 \Rightarrow b^2 > a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *B.*

10.30. Carlos quiere hacer una estructura con listones de madera. Comienza construyendo un triángulo que debe ser rectángulo con listones de longitudes 1,05, 0,88 y 1,37 metros. ¿Podrá hacerlo?

$$\begin{cases} 1{,}37^2 = 1{,}8769 \\ 1{,}05^2 + 0{,}88^2 = 1{,}1025 + 0{,}7744 = 1{,}8769 \end{cases}$$

Sí podrá hacerlo, ya que los tres listones forman un triángulo rectángulo.

10.31. Calcula la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 3 centímetros.

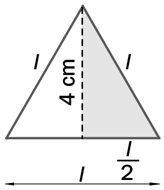


$D = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 4{,}24$ cm

10.32. La altura del muro del jardín de Ana es de 3 metros. ¿A qué distancia del muro debe colocar una escalera de 4 metros para que su extremo superior coincida exactamente con el punto más alto del muro?

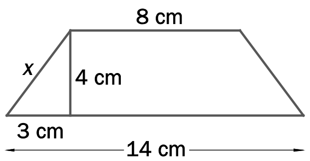
$d = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} = 2{,}65$ m

10.33. **Un triángulo equilátero tiene por altura 4 centímetros. Halla la medida de cada uno de sus lados.**



$$4^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4} \Rightarrow 3l^2 = 64 \Rightarrow l^2 = \frac{64}{3} \Rightarrow l = \sqrt{\frac{64}{3}} = 4{,}62 \text{ cm}$$

10.34. **Calcula el perímetro de un trapecio isósceles de bases 8 y 14 centímetros y de altura 4 centímetros.**



$x = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Perímetro = 5 + 8 + 5 + 14 = 32 cm

10.35. **Actividad interactiva.**

EJERCICIOS

Estimación, errores y acotación

10.36. Se ha medido la longitud de un lápiz y se ha obtenido un valor de 19,2 centímetros. La cota del error cometido es de1 milímetro. ¿Entre qué dos valores estará la verdadera longitud del lápiz?

La verdadera longitud del lápiz estará comprendida entre 19,2 – cota y 19,2 + cota. Es decir, entre 19,2 – 0,1 = 19,1 cm y 19,2 + 0,1 = 19,3 cm

10.37. Fíjate en la siguiente cinta métrica e indica la medida del segmento.

Indica la cota del error y entre qué dos valores se encuentra la verdadera longitud del segmento.

Una cota del error cometido es 1 milímetro.

La verdadera longitud del segmento está entre 25 y 26 centímetros.

10.38. Estima los metros cuadrados que tiene tu clase. Hazlo contando pasos de aproximadamente un metro. Después y con la ayuda de una cinta métrica, comprueba si tu estimación es buena o mala. Indica el error absoluto cometido.

Respuesta abierta.

10.39. Con una regla graduada, Elena ha medido el largo y el ancho de un folio normal. Los resultados han sido de 29,7 y 21 centímetros, respectivamente. La cota del error es de 1 milímetro. ¿Entre qué dos valores se encontrará el área del folio, en centímetros cuadrados?

El largo está entre 29,6 y 29,8 cm.

El ancho está entre 20,9 y 21,1 cm.

El área medida es de 623,7 cm^2.

La verdadera área estará comprendida entre 20,9 · 29,6 = 618,64 cm^2 y 21,1 · 29,8 = 628,78 cm^2.

Unidades monetarias

10.40. (TIC) Suponiendo que el cambio de euro a dólar es de 1 euro por 0,7914 dólares, calcula:

a) ¿Cuántos dólares son 250 euros?

b) ¿Cuántos euros son 250 dólares?

a) 250 euros $\Rightarrow$ 250 · 0,7914 = 197,85 dólares

b) 250 dólares $\Rightarrow 250 \cdot \dfrac{1}{0{,}7914}$ = 315,90 euros

10.41. (TIC) Observa la siguiente información sobre cambio de divisas.

Cambio de euro - libra esterlina	
1 libra	1,23 euros
1 euro	0,813 libras

Utilizando la información, contesta:

a) ¿Crees que los dos cambios son coherentes?

b) ¿Cuántos euros son 1200 libras?

c) ¿Cuántas libras son 500 euros?

a) Los cambios sí son coherentes, ya que $\frac{1}{1{,}23} = 0{,}813$.

b) 1200 libras $\Rightarrow$ 1200 · 1,23 = 1476 euros

c) 500 euros $\Rightarrow$ 500 · 0,813 = 406,50 libras

10.42. (TIC) Un dólar se cambia por 0,79 euros, y un euro, por 0,84 libras. ¿Cuántas libras equivaldrán a 120 dólares?

$$120 \text{ dólares} = 120 \text{ dólares} \cdot \frac{0{,}79 \text{ euros}}{1 \text{ dólar}} \cdot \frac{0{,}84 \text{ libras}}{1 \text{ euro}} = 79{,}63 \text{ libras}$$

Sistema sexagesimal. Medida del tiempo y de los ángulos

10.43. (TIC) El curso 2009-10 fue del 14 de septiembre al 25 de junio. ¿Cuántas semanas duró?

41 semanas

10.44. (TIC)

a) ¿Cuántos segundos tiene una hora?

b) ¿Cuántos segundos tiene un día?

c) ¿Cuántos minutos tiene un día?

a) 60 · 60 = 3600 segundos tiene una hora.

b) 24 · 3600 = 86 400 segundos tiene un día.

c) 24 · 60 = 1440 minutos tiene un día.

10.45. (TIC) Pasa a segundos las siguientes cantidades de tiempo dadas en forma compleja.

a) 5 h 22 min 25 s

b) 123 h 48 min 59 s

c) 2 h 2 min 44 s

d) 42 h 22 min 13 s

a) 5 h 22 min 25 s = 19 345 s

b) 123 h 48 min 59 s = 445 739 s

c) 2 h 2 min 44 s = 7364 s

d) 42 h 22 min 13 s = 152 533 s

10.46. (TIC) Pasa a segundos las siguientes medidas de ángulos en forma compleja.

a) 15º 12' 35'' **c) 205º 2' 13''**

b) 125º 42' 39'' **d) 300º 30' 30''**

a) 15º 12' 35'' = 54 755''
c) 205º 2' 13''= 738 133''

b) 125º 42' 39'' = 452 559''
d) 300º 30' 30'' = 1 081 830''

10.47. (TIC) Pasa a forma compleja las siguientes cantidades de tiempo.

a) 4025 s **c) 390 min** **e) 417 min 180 s**

b) 10250 s **d) 4250 min** **f) 170 min 600 s**

a) 4025 s = 1 h 7 min 5 s
d) 4250 min = 70 h 50 min

b) 10250 s = 2 h 50 min 50 s
e) 417 min 180 s = 7 h

c) 390 min = 6 h 30 min
f) 170 min 600 s = 3 h

10.48. (TIC) Pasa a forma compleja las siguientes amplitudes de ángulos.

a) 1025'' **d) 1250'**

b) 12900'' **e) 100' 1200''**

c) 400'' **f) 590' 600''**

a) 1025'' = 0º 17' 5''
d) 1250' = 20º 50'

b) 12 900'' = 3º 35'
e) 100' 1200'' = 2º

c) 400'' = 0º 6' 40''
f) 590' 600'' = 10º

10.49. (TIC) Realiza las siguientes operaciones con medidas de tiempo.

a) 42 h 13 min 42 s + 15 h 25 min 35 s

b) 12 h 41 min 4 s – 10 h 50 min 59 s

c) 3 · (16 h 23 min 45 s)

d) (61 h 33 min 24 s) : 4

a) 42 h 13 min 42 s + 15 h 25 min 35 s = 57 h 39 min 17 s

b) 12 h 41 min 4 s – 10 h 50 min 59 s = 1 h 50 min 5 s

c) 3 · (16 h 23 min 45 s) = 49 h 11 min 15 s

d) (61 h 33 min 24 s) : 4 = 15 h 23 min 21 s

10.50. (TIC) Realiza las siguientes operaciones con ángulos.

a) 25º 22' 37'' + 15º 43' 58''

b) 56º 13' 22'' – 16º 35' 23''

c) 5 · (13º 26' 28'')

d) (177º 57' 55'') : 7

a) 25º 22' 37'' + 15º 43' 58'' = 41º 6' 35''

b) 56º 13' 22'' – 16º 35' 23'' = 39º 37' 59''

c) 5 · (13º 26' 28'') = 67º 12' 20''

d) (177º 57' 55'') : 7 = 25º 25' 25''

10.51. (TIC) Calcula y simplifica:

a) 13 h 15 min 19 s – 2 · (5 h 13 min 44 s)

b) 4 · (2 h 22 min 14 s) + 3 · (4 h 10 min 4 s)

c) 10 · (1 h 0 min 23 s – 0 h 43 min 3 s)

a) 13 h 15min 19 s – 2 · (5 h 13 min 44 s) = 13 h 15 min 19 s – 10 h 27 min 28 s = 2 h 47 min 51 s

b) 4 · (2 h 22 min 14 s) + 3 · (4 h 10 min 4 s) = 9 h 28 min 56 s + 12 h 30 min 12 s = 21 h 59 min 8 s

c) 10 · (1 h 0 min 23 s – 0 h 43 min 3 s) = 10 · (0 h 17 min 20 s) = 2 h 53 min 20 s

10.52. (TIC) Calcula y simplifica:

a) 8 · (42º 13' 45'') + 13º 25' 11''

b) 2 · (148º 23' 58'') – 3 · (51º 22' 6'')

c) 5 · (12º 3' 3'' + 0º 59' 59'')

d) [4 · (25º 15' 23'') + 7º 40'] : 3

a) 8 · (42º 13' 45'') + 13º 25' 11'' = 337º 50' 0'' + 13º 25' 11'' = 351º 15' 11''

b) 2 · (148º 23' 58'') – 3 · (51º 22' 6'') = 296º 47' 56'' – 154º 6' 18'' = 142º 41' 38''

c) 5 · (12º 3' 3'' + 0º 59' 59'') = 5 · 13º 3' 2'' = 65º 15' 10''

d) [4 · [25º 15' 23''] + 7º 40'] : 3 = (101º 1' 32'' + 7º 40') : 3 = 108º 41' 32'' : 3 = 36º 13' 50,67''

10.53. Expresa en minutos 1h 13 min 14 s.

1 h 13 min 14 s = 60 min + 13 min + 0,23 min = 73,23 min

10.54. (TIC) Dados los ángulos *A* = 20º 54' 40'', *B* = 45º 35' 20'' y *C* = 15º 30' 45'', calcula:

a) *A* + *B* + *C*

b) *A* + *B* – *C*

c) 2*A* + 3*B*

d) 4 · (*A* + *B*) – *C*

e) 3*A* – *B* + 2*C*

f) (*A* + *B*) : 4

a) *A* + *B* + *C* = 82º 0' 45''

b) *A* + *B* – *C* = 50º 59' 15''

c) 2*A* + 3*B* = 178º 35' 20''

d) 4 · (*A* + *B*) – *C* = 250º 29' 15''

e) 3*A* – *B* + 2*C* = 48º 10' 10''

f) (*A* + *B*) : 4 = (66º 30' 0'') : 4 = 16º 37' 30''

10.55. Se ha medido con un teodolito la elevación angular de una estrella y se ha obtenido 69º 14' 15''. Escribe este valor en grados.

69º 14' 15'' = 69,2375º

10.56. Dos de los ángulos de un triángulo miden *A* = 45º 23' 13'' y *B* = 65º 44' 50''. Calcula la medida del tercer ángulo, *C*. Expresa el resultado en formas compleja y no compleja utilizando únicamente grados.

$C = 180º - A - B = 68º\ 51'\ 57'' = 68{,}8658º$

10.57. El ángulo desigual de un triángulo isósceles mide 44º 45' 33''. Calcula la medida de los ángulos iguales y exprésala en forma compleja y solo en minutos.

$\dfrac{180º - 44º\,45'\,33''}{2} = 67º\ 37'\ 13{,}5'' = 4057{,}225'$

10.58. Un ángulo de un paralelogramo mide 44º 23' 15''. ¿Cuánto miden los otros ángulos?

Los ángulos de un paralelogramo son iguales dos a dos. Además, dos consecutivos suman 180º. Por tanto:

180º – 44º 23' 15'' = 135º 36' 45''

Hay dos ángulos de 44º 23' 15'' y otros dos de 135º 36' 45''.

10.59. Se sabe que la suma de los ángulos interiores de un polígono de *n* lados es (*n* – 2) · 180º.

a) Calcula la medida de cada uno de los ángulos de un pentágono regular.

b) Calcula, en grados, minutos y segundos, la medida de cada uno de los ángulos de un heptágono regular.

a) $(5 - 2) \cdot 180º = 3 \cdot 180º = 540º \Rightarrow$ cada ángulo interior de un pentágono mide $\dfrac{540º}{5} = 108º$.

b) $(7 - 2) \cdot 180º = 5 \cdot 180º = 900º \Rightarrow$ cada ángulo interior de un pentágono mide

$\dfrac{900º}{7} = 128º\ 34'\ 17{,}14''$.

Teorema de Pitágoras. Distancias

10.60. (TIC) En los siguientes casos se da la medida de los catetos de un triángulo rectángulo. Calcula el valor de la hipotenusa.

a) *b* = 12 cm; *c* = 35 cm

b) b = 112 cm; *c* = 15 cm

c) c = 28 cm; *b* = 45 cm

a) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{12^2 + 35^2} = \sqrt{1369} = 37$ cm

b) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{112^2 + 15^2} = \sqrt{12769} = 113$ cm

c) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{28^2 + 45^2} = \sqrt{2809} = 53$ cm

10.61. (TIC) En los siguientes casos se da la medida de dos lados de un triángulo rectángulo; el mayor es la hipotenusa, y el menor, un cateto. Calcula el valor del otro cateto.

a) $\boldsymbol{a = 45}$ **cm;** $\boldsymbol{b = 27}$ **cm**

b) $\boldsymbol{a = 61}$ **cm;** $\boldsymbol{c = 11}$ **cm**

c) $\boldsymbol{a = 65}$ **cm;** $\boldsymbol{c = 56}$ **cm**

a) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{45^2 - 27^2} = \sqrt{1296} = 36$ cm

b) $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{61^2 - 11^2} = \sqrt{3600} = 60$ cm

c) $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{1089} = 33$ cm

10.62. Siendo *a* la hipotenusa de un triángulo rectángulo, y *b* y *c*, los catetos, calcula la medida del lado que falta en cada caso.

a) $\boldsymbol{a = 5}$ **cm;** $\boldsymbol{b = \sqrt{5}}$ **cm**

b) $\boldsymbol{a = \sqrt{13}}$ **cm;** $\boldsymbol{b = 3}$ **cm**

c) $\boldsymbol{b = \sqrt{10}}$ **cm;** $\boldsymbol{c = \sqrt{6}}$ **cm**

a) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2} = \sqrt{25 - 5} = \sqrt{20}$ cm

b) $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{\left(\sqrt{13}\right)^2 - 3^2} = \sqrt{13 - 9} = \sqrt{4} = 2$ cm

c) $a = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{6}\right)^2} = \sqrt{16} = 4$ cm

10.63. Utilizando el recíproco del teorema de Pitágoras, di si los siguientes triángulos son rectángulos, acutángulos u obtusángulos.

a) $\boldsymbol{a = 9}$ **cm** $\boldsymbol{b = 12}$ **cm** $\boldsymbol{c = 15}$ **cm**

b) $\boldsymbol{a = 10}$ **cm** $\boldsymbol{b = 15}$ **cm** $\boldsymbol{c = 20}$ **cm**

c) $\boldsymbol{a = 2}$ **cm** $\boldsymbol{b = 12}$ **cm** $\boldsymbol{c = 12}$ **cm**

d) $\boldsymbol{a = 45}$ **cm** $\boldsymbol{b = 28}$ **cm** $\boldsymbol{c = 53}$ **cm**

e) $\boldsymbol{a = \sqrt{7}}$ **cm** $\boldsymbol{b = 5}$ **cm** $\boldsymbol{c = \sqrt{9}}$ **cm**

a) $\begin{cases} c^2 = 15^2 = 225 \\ a^2 + b^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \end{cases}$ Como $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en *C*.

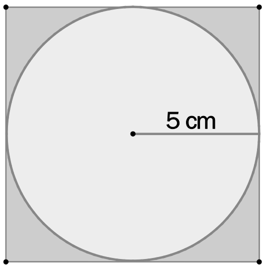
b) $\begin{cases} c^2 = 20^2 = 400 \\ a^2 + b^2 = 10^2 + 15^2 = 325 \end{cases}$ Como $c^2 > a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *C*.

c) $\begin{cases} b^2 = 12^2 = 144 \\ a^2 + c^2 = 2^2 + 12^2 = 148 \end{cases}$ Como $b^2 < a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

d) $\begin{cases} c^2 = 53^2 = 2809 \\ a^2 + b^2 = 45^2 + 28^2 = 2809 \end{cases}$ Como $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en *C*.

e) $\begin{cases} b^2 = 5^2 = 25 \\ a^2 + c^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(\sqrt{9}\right)^2 = 16 \end{cases}$ Como $b^2 > a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *B*.

10.64. Halla el perímetro y el área del cuadrado circunscrito a una circunferencia de radio 5 centímetros.

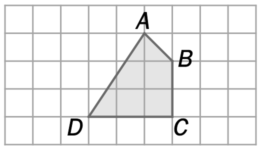


El lado del cuadrado mide 10 cm.

El perímetro valdrá 40 cm.

El área del cuadrado valdrá 100 cm^2.

10.65. Halla el perímetro del cuadrilátero de la figura.

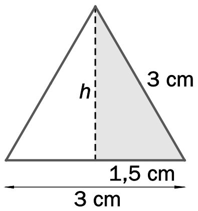


$AB + BC + CD + DA = \sqrt{1^2+1^2} + 2 + 3 + \sqrt{2^2+3^2} = 5 + \sqrt{2} + \sqrt{13} \approx 10{,}02$

10.66. a) Halla la altura de un triángulo equilátero de lado 3 centímetros.

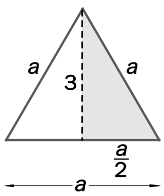
b) Halla el lado de un triángulo equilátero que tiene por altura 3 centímetros.

a)



$h = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{6{,}75} \approx 2{,}6\ \text{cm}$

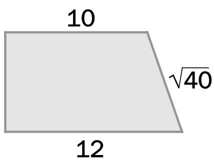
b)



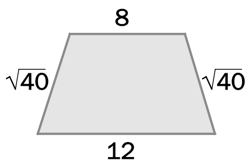
$a^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow 3\dfrac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} \approx 3{,}46\ \text{cm}$

10.67. Calcula el perímetro y el área de los siguientes trapecios.

a)



b)



a) Altura = $\sqrt{\left(\sqrt{40}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{36} = 6$

Perímetro: $10 + \sqrt{40} + 12 + 6 = 28 + \sqrt{40} \approx 34{,}32$

Área: $S = \dfrac{(12+10)\cdot 6}{2} = 66$

b) Altura = $\sqrt{\left(\sqrt{40}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{36} = 6$

Perímetro: $12 + \sqrt{40} + 8 + \sqrt{40} = 20 + 2\sqrt{40} \approx 32{,}65$

Área: $S = \dfrac{(12+8)\cdot 6}{2} = 60$

10.68. Halla el perímetro y el área de un rombo cuyas diagonales miden 15 y 8 centímetros, respectivamente.

El lado del rombo se puede calcular mediante el teorema de Pitágoras aplicado a uno de los cuatro triángulos que forman las diagonales, obteniéndose:

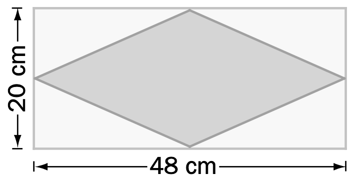
$l = \sqrt{7{,}5^2 + 4^2} = 8{,}5$ cm

Perímetro del rombo: $4 \cdot 8{,}5 = 34$ cm

Área del rombo: $S = \dfrac{15 \cdot 8}{2} = 60$ cm^2

.

10.69. Halla el perímetro del rombo de la figura sabiendo que sus vértices están situados en los puntos medios del rectángulo.



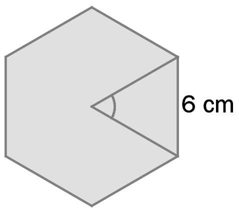
El lado del rombo mide $l = \sqrt{10^2 + 24^2} = 26$ cm.

El perímetro del rombo vale $26 \cdot 4 = 104$ cm.

10.70. Calcula la altura de un triángulo isósceles cuyo perímetro mide 36 metros, y su base, 10.

Los lados del triángulo son 13, 13 y 10 m; por tanto, la altura medirá $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ m.

10.71. Halla el perímetro y el área de un hexágono regular de lado 6 cm.



El perímetro vale $6 \cdot 6 = 36$ cm.

Por ser un hexágono regular, el triángulo de la figura es equilátero. Por tanto, se puede calcular la apotema del hexágono (que es la altura de este triángulo) mediante el teorema de Pitágoras:

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} \approx 5{,}2$ cm

El área del hexágono será $S = \dfrac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \dfrac{36 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6$ cm^2.

PROBLEMAS

10.72. El coste de la conexión a internet en un cibercafé es de 1,25 euros cada hora. ¿Cuánto deberemos pagar si hemos estado conectados 1 h 25 min 40 s?

1 h 25 min 40 s = $1 + \frac{25}{60} + \frac{40}{3600}$ horas = 1,4278 horas

1,4278 · 1,25 = 1 euro 78 céntimos

10.73. Un avión tarda 1 h 15 min en recorrer 1250 kilómetros.

a) ¿Cuánto tardará en recorrer 6500 kilómetros?

b) ¿Qué distancia habrá recorrido en 3 h 20 min?

a) 1 h 15 min = 1,25 horas $\quad 1{,}25 \cdot \frac{6500}{1250}$ = 6,5 horas = 6 h 30 min

b) 3 h 20 min = 3,3333 horas $\quad \frac{3{,}3333}{1{,}25} \cdot 1250 = 3333$ km

10.74. Elena anda en una hora 5 km, y Javier, 4. Si salen a la vez del mismo sitio y en la misma dirección, ¿a qué distancia se encontrarán uno de otro después de 2 h 40 min 25 s? Expresa el resultado en kilómetros y en metros.

Elena ha recorrido 5 km/h · (2 h 40 min 25 s) = 5 · 2,673611 = 13,368 km.

Javier ha recorrido 4 km/h · (2 h 40 min 25 s) = 4 · 2,673611 = 10,694 km.

La distancia que les separa es de 2,674 km = 2 km y 674 metros.

Como la diferencia de velocidad es de 1 km/h, también se podría haber resuelto realizando una sola operación:

1 km/h · (2 h 40 min 25 s) = 1 · 2,673611 = 2,674 km = 2 km 674 metros

10.75. Para recorrer 100 kilómetros en cierto vehículo tardamos 1 h 12 min 20 s. ¿Cuánto tardaremos en recorrer 250 km?

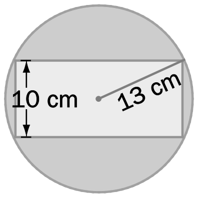
(1h 12 min 20 s) · $\frac{250}{100}$ = 3 h 0 min 50 s

10.76. ¿Qué ángulo forma la dirección norte con la dirección noreste? ¿Y con la dirección nornoroeste? Expresa los resultados lo más aproximadamente posible.

Norte con noreste: 45º

Norte con nornoroeste: 22º 30'

10.77. En una circunferencia de 13 centímetros de radio inscribimos un rectángulo de 10 centímetros de altura. Calcula el perímetro del rectángulo.



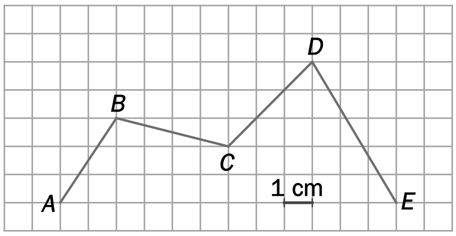
Se puede considerar un triángulo rectángulo cuya hipotenusa sea el radio de la circunferencia y cuyos catetos midan la mitad de los lados del rectángulo. Por tanto:

$\sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$ cm será la mitad del otro lado.

Los lados del rectángulo miden entonces 10 y 24 cm, respectivamente.

El perímetro será: $P = (10 + 24) \cdot 2 = 68$ cm.

10.78. Halla la longitud de la poligonal de la figura.



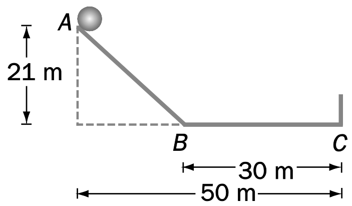
Aplicando cuatro veces el teorema de Pitágoras:

$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13} = 3{,}61$ cm $\qquad \overline{BC} = \sqrt{4^2 + 1^2} = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} = 4{,}12$ cm

$\overline{CD} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 4{,}24$ cm $\qquad \overline{DE} = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34} = 5{,}83$ cm

Así: $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} = 17{,}8$ cm

10.79. La bola de la figura cae desde el punto *A*, pasa por *B* y llega a *C*, donde rebota para recorrer aún la mitad del trayecto que ya ha efectuado. Halla la distancia total que recorre.



$AB = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29$ m

Distancia hasta el punto *C*: *AB* + *BC* = 29 + 30 = 59 m

Distancia total = $59 + \dfrac{59}{2} = 88{,}5$ metros

10.80. Andrés y Lola andan, respectivamente, 5 y 4 kilómetros en una hora. Si salen a la vez del mismo sitio y en direcciones perpendiculares, ¿a qué distancia se encontrarán uno del otro después de 45 min 20 s?

Expresa el resultado en kilómetros y en metros.

Andrés ha recorrido 5 km/h · (45 min 20 s) = 5 · 0,7556 = 3,78 km

Lola ha recorrido 4 km/h · (45 min 20 s) = 4 · 0,7556 = 3,02 km

La distancia que separa a Andrés de Lola es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 3,78 y 3,02 km. Por tanto:

$d = \sqrt{3{,}78^2 + 3{,}02^2} = \sqrt{23{,}4088}$ = 4,838 km = 4 km 838 m

10.81. (TIC) Un reloj retrasa 32 segundos cada día.

a) ¿Cuánto retrasará en una semana?

b) ¿Cuánto retrasará en un mes de 30 días?

c) ¿Qué hora marcará justo cuando comience el día 12 de febrero si al comenzar el 1 de enero se puso en hora?

a) En una semana retrasará 32 · 7 = 224 s = 3 min 44 s.

b) En un mes retrasará 32 · 30 = 960 s = 16 min.

c) Desde el 1 de enero hasta el 11 de febrero hay 42 días. Habrá retrasado, por tanto, 32 · 42 = 1344 s = 22 min 24 s.

La hora que marcará a las 0 h 0 min 0 s del 12 de febrero será, por tanto, las 23 h 37 min 36 s del 11 de febrero.

10.82. (TIC) Llamamos mes lunar al tiempo que tarda la Luna en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra. Supongamos que el mes lunar dura 29 días 12 horas 44 minutos y 3 segundos.

a) ¿Cuántos segundos dura un mes lunar?

b) ¿Cuánto tiempo tarda la Luna en dar cinco vueltas completas alrededor de la Tierra?

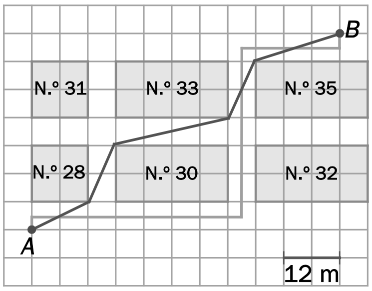
c) ¿Cuánto tardará la Luna en pasar de luna nueva a cuarto creciente?

a) 29 d 12 h 44 min 3 s = 2 551 443 s

b) 5 · (29 d 12 h 44 min 3 s) = 147 d 15 h 40 min 15 s

c) (29 d 12 h 44 min 3 s) : 4 = 177 h 11 min 0,75 s = 7 d 9 h 11 min 0,75 s

10.83. Alicia vive en una urbanización, parte de la cual aparece representada en la figura, y quiere ir desde el punto *A* hasta el punto *B*.



a) Calcula la mínima distancia que tendría que recorrer si no hubiera edificios.

b) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en verde.

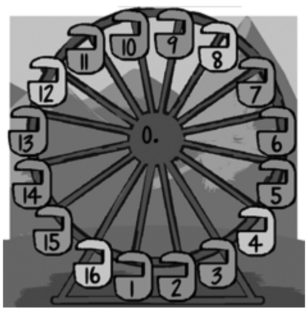
c) Calcula la distancia que recorre siguiendo el camino marcado en morado.

a) Si no hubiera edificios, recorrería la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos 11 · 6 = 66 m y 7 · 6 = 42 m. Por tanto, recorrería $\sqrt{66^2 + 42^2} \approx 78$ m.

b) 3 + 7 · 6 + 3 + 3 + 5 · 6 + 3 + 3 + 3 · 6 + 3 = 108 m (Más fácil (11 + 7) · 6 = 108)

c) $\sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{24^2 + 6^2} + \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{18^2 + 6^2} = 3\sqrt{180} + \sqrt{612} + \sqrt{360} \approx 84$ m

10.84. Una noria gira con centro el punto *O*. Posee 16 cochecitos numerados del 1 al 16 según muestra la figura.



a) Halla el ángulo que debe girar para que el cochecito 1 pase a la posición del 8.

b) Si se gira un ángulo de 135º y se parte de la posición inicial, ¿dónde se situarán los cochecitos 6 y 14?

a) Para que un coche pase a la posición siguiente, la noria debe girar $\frac{360º}{16}$ = 22º 30'.

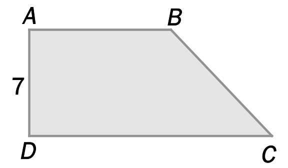
Para que el coche 1 pase a ocupar la posición del coche 8, se debe producir un giro de:

7 · 22º 30' = 157º 30'.

b) Como $\frac{135}{22,5}$ = 6, cuando se ejecuta un giro de 135º, los coches pasan a ocupar 6 posiciones adelante. Por tanto, el coche 6 pasa a ocupar la posición del 12, y el coche 14, la del 4.

AMPLIACIÓN

10.85. En el trapecio rectángulo *ABCD* de la figura, resulta que *AB* + *CD* = *BC*, y *AD* = 7. ¿Cuál es el valor de *AB* · *CD*?



a) 12 **b) 12,25** **c) 12,5** **d) 12,75**

El teorema de Pitágoras nos dice que $(CD - AB)^2 + 49 = BC^2$.

Como $BC = AB + CD$, resulta que $(CD - AB)^2 + 49 = (CD + AB)^2$.

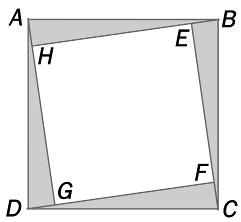
Desarrollando tenemos $4AB \cdot CD = 49$ y, por tanto, $AB \cdot CD = \frac{49}{4} = 12{,}25$, la respuesta b.

10.86. Los lados de un triángulo son 15, 20 y 25. ¿Cuál es la longitud de la altura más corta?

a) 6 **b) 12** **c) 12,5** **d) 13**

El triángulo en cuestión es rectángulo, pues $15^2 + 20^2 = 25^2$, así que llamando h a la altura más corta, la que va sobre la hipotenusa, podemos escribir que $15 \cdot 20 = 25 \cdot h$, de donde $h = 12$, la respuesta b.

10.87. En la figura adjunta, se observan dos cuadrados: el *ABCD* de lado $\sqrt{50}$ y el *EFGH*. Si *BE* = 1, ¿cuál es el área del cuadrado *EFGH*?



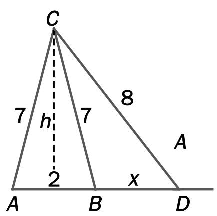
a) 25 **b) 32** **c) 36** **d) 40**

El área del cuadrado *EFGH* es el área del cuadrado *ABCD* menos el área de cuatro triángulos rectángulos iguales, de catetos 1 y 7, pues $\left(\sqrt{50}\right)^2 = 1^2 + 7^2$.

Así pues, el área pedida es $50 - 4 \cdot \frac{1 \cdot 7}{2} = 36$, la respuesta c.

10.88. En el triángulo *ABC* con *AC* = *BC* = 7 y *AB* = 2, *D* es un punto de la prolongación del lado *AB*, a la derecha de *B*, tal que *CD* = 8. ¿Cuánto mide *BD*?

a) 3 **b) 4** **c) 5** **d) 6**



La situación es como indica la figura.

Al ser el triángulo *ABC* isósceles, podemos escribir que $h^2 + 1^2 = 7^2$.

Por otro lado, $h^2 + (1 + x)^2 = 8^2$, por lo que $7^2 - 1^2 = 8^2 - (1 + x)^2$, es decir, $(1 + x)^2 = 16$, con lo que $1 + x = 4$ y $x = 3$, la respuesta a.

10.89. Un triángulo de lados proporcionales a 3, 4 y 5, está inscrito en un círculo de radio 3. ¿Cuál es el área del triángulo?

a) 12 **b) 5π** **c) 8,64** **d) 10**

Las longitudes de los lados del triángulo vienen dadas por 3*k*, 4*k* y 5*k*, por lo que dicho triángulo es rectángulo, con lo que su hipotenusa, 5*k*, es el diámetro del círculo circunscrito, o sea, 6 y $k = 1,2$.

Así que los catetos del triángulo son $3 \cdot 1,2 = 3,6$ y $4 \cdot 1,2 = 4,8$, con lo que su área es

$A = \frac{3,6 \cdot 4,8}{2} = 8,64$, la respuesta c.

AUTOEVALUACIÓN

10.1. Juan ha estimado en 12 minutos lo que ha tardado en ir de su casa al polideportivo. Calcula el error absoluto cometido sabiendo que ha salido a las 10 h 55 min y ha llegado a las 11 h 6 min.

Juan ha tardado 11 h 6 min – 10 h 55 min = 11 minutos, por lo que el error absoluto es 1 min.

10.2. En un triángulo isósceles el ángulo desigual *A* tiene una amplitud superior en 54° 20' 30'' a la de cada uno de los ángulos iguales *B* y *C*. Halla el valor de los tres ángulos de ese triángulo.

$A + B + C = A + (A - 54° 20' 30'') + (A - 54° 20' 30'') = 3A - 108º 41' = 180º \Rightarrow A = 96º 13' 40'$

Por tanto, los ángulos del triángulo miden: A = 96º 13' 40''; $B = C$ = 41º 53' 10''.

10.3. a) ¿Cuántas horas tiene un mes de 30 días?

b) ¿Cuántos segundos tiene el mes de febrero de un año no bisiesto?

c) ¿Cuántas semanas son 30240 minutos?

a) $30 \cdot 24 = 720$ horas

b) $28 \cdot 24 \cdot 3600 = 2\,419\,200$

c) $\frac{30\,240}{60 \cdot 24 \cdot 7} = 3$ semanas

10.4. Pasa a forma compleja las siguientes medidas de ángulos.

a) 81344'' **b) 250'**

a) 81344'' = 22º 35' 44'' b) 250' = 4º 10' 0''

10.5. Escribe en días, horas, minutos y segundos la cantidad de tiempo de 176 525 segundos.

176 525 s = 2 d 1 h 2 min 5 s

10.6. Realiza las siguientes operaciones con medidas en sistema sexagesimal.

a) 33º 23' 44'' + 12º 40' 20''

b) 22 h 31 min 40 s – 12 h 43 min 40 s

c) (2 h 33 min 12 s) · 3

d) (254º 59' 24'') : 6

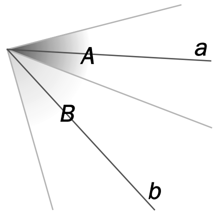
a) 33º 23' 44'' + 12º 40' 20'' = 46º 4' 4''

b) 22 h 31 min 40 s – 12 h 43 min 40 s = 9 h 48 min 0 s

c) (2 h 33 min 12 s) · 3 = 7 h 39 min 36 s

d) (254º 59' 24'') : 6 = 42º 29' 54''

10.7. La figura representa los ángulos *A* = 35º 42' y *B* = 35º 20', y sus bisectrices *a* y *b*. Halla la amplitud del ángulo que forman las bisectrices.



Las bisectrices *a* y *b* forman un ángulo de $\frac{A}{2}+\frac{B}{2}=\frac{A+B}{2}$ = 35º 31'.

10.8. En un triángulo rectángulo isósceles, la medida de cada uno de los dos catetos iguales es de 20 centímetros.

a) Calcula la medida de la hipotenusa.

b) Calcula el valor del perímetro.

c) Calcula la medida de la altura sobre la hipotenusa.

a) Hipotenusa = $\sqrt{20^2+20^2}=\sqrt{800}\approx$ 28,28 cm

b) Perímetro = 28,28 + 2 · 20 = 68,28 cm

c) Altura = $\sqrt{20^2-\left(\frac{\sqrt{800}}{2}\right)^2}=\sqrt{400-200}=\sqrt{200}\approx 14{,}14$ cm

10.9. Estudia cuál de los siguientes triángulos es rectángulo, acutángulo y obtusángulo.

a) *a* = 40 cm *b* = 60 cm *c* = 40 cm

b) *a* = 12 cm *b* = 20 cm *c* = 16 cm

c) *a* = 7,5 cm *b* = 25 cm *c* = 25 cm

a) $\begin{cases}60^2=3600\\40^2+40^2=3200\end{cases}$ $\Rightarrow b^2 > a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es obtusángulo con ángulo obtuso en *B.*

b) $\begin{cases}20^2=400\\12^2+16^2=400\end{cases}$ $\Rightarrow b^2 = a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es rectángulo en *B*.

c) $\begin{cases}25^2=625\\25^2+7{,}5^2=681{,}25\end{cases}$ $\Rightarrow b^2 < a^2 + c^2 \Rightarrow$ El triángulo es acutángulo.

10.10. Un rectángulo tiene de perímetro 240 metros y su altura es de 20 metros. Calcula la medida de su diagonal.

Como la altura es de 20 m, la otra medida debe ser $\frac{240}{2}-20=100$ m.

La diagonal medirá d = $\sqrt{100^2+20^2}=101{,}98$ m.

10.11. Sabiendo que al vender 450 euros se han obtenido 576 dólares, ¿cuántos dólares se obtendrán al vender 1250 euros? ¿Cuántos euros se han vendido si se han obtenido 960 dólares?

Al vender 1250 euros se obtendrán $1250\cdot\frac{576}{450}$ = 1600 dólares.

Si se han obtenido 960 dólares es porque se han vendido $960\cdot\frac{450}{576}$ = 750 euros.

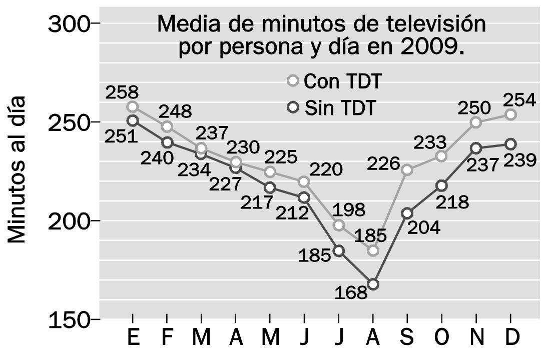
PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Aprende a pensar > ¿Cuántas horas de televisión?

En los grandes acontecimientos deportivos, las audiencias televisivas se disparan. Millones de personas siguen los Mundiales, los Juegos Olímpicos, la Liga…

Pero las televisiones no se limitan a ofrecer esos espectáculos. Cada día hay más cadenas compitiendo por la atención de los espectadores.

Según los datos del Ministerio de Industria del año 2009, la llegada de la televisión digital terrestre (TDT) ha aumentado el número medio de minutos al día que dedica cada persona a ver la televisión.



10.1. **Halla el total de minutos empleados de media en ver televisión correspondiente al año 2009.**

En cada caso multiplicaremos la media de minutos diarios correspondiente al mes por la duración del mes. En total, una persona con TDT ha visto unos 84 014 minutos de televisión al año, y una sin TDT, unos 79 992.

10.2. **Con el dato anterior, calcula la media de minutos por día durante ese año.**

Las medias diarias respectivas son 230 y 219 minutos.

10.3. **¿En qué meses se superó y en cuáles no se llegó a esa media? Explica por qué ocurre así.**

En los meses entre abril y octubre, el buen tiempo y las vacaciones hacen que se vea menos televisión que en invierno. El mínimo corresponde al mes de agosto, y a partir de aquí sube la media diaria.

10.4. **Apunta el tiempo que empleas en ver la televisión durante una semana. Cuenta los programas que ves completos y los ratos en los que tienes la tele puesta, aunque no te interese especialmente lo que estás viendo. ¿Cuántos minutos empleas al día?**

Actividad de respuesta variable, dependiendo de los hábitos de cada alumno.

10.5. **Haz lo mismo con otra de tus actividades de ocio favoritas (leer, escuchar música, hacer deporte). ¿Cuál te gusta más? ¿A cuál dedicas más tiempo?**

Como en la actividad anterior.

10.6. ¿Ves demasiada televisión? Responde en unas líneas dando los argumentos que creas convenientes.

Como en la actividad anterior. Lo más probable es que dediquen un tiempo excesivo a la televisión. Se puede tratar de relacionar con los resultados escolares, con la idea de fomentar una organización razonable del tiempo de ocio.

10.7. Pon en común tu opinión con tus compañeros y debatid acerca del tema. Hazlo también en http://matematicas20.aprenderapensar.net/.

Actividad de debate.

Aplica y construye > El teorema de Pitágoras

Cuando preguntamos a una persona el nombre de un matemático, la respuesta suele ser la misma: Pitágoras. Todo el mundo ha oído hablar de su famoso teorema.

Antes de su nacimiento ya hubo quien utilizó esa propiedad de los triángulos rectángulos. Se conservan documentos de otros pueblos (babilónicos, chinos) en los que aparecen "ternas pitagóricas", tres números enteros positivos para los que se cumple el teorema, como 3, 4 y 5.

Pero la primera demostración escrita del teorema se debe a Pitágoras, o a alguno de los miembros de su escuela, lo que justifica que lleve su nombre.

10.1. Elige una demostración del teorema de Pitágoras de las que aparecen en la sección "En la red" del epígrafe 6 y explícasela a tus compañeros. Para ello, utiliza un recortable en papel o cartulina.

Actividad manual.

10.2. A partir de una terna pitagórica, vas a construir un instrumento para averiguar si un ángulo es recto, como se hacía antiguamente.

Necesitarás una cuerda. Observa el dibujo correspondiente a la terna 3, 4, 5 y trata de construir otro empleando tres números distintos.

Actividad manual. Los lados del triángulo deben formar una terna pitagórica.

Reflexiona y calcula > ¡Vaya tele!

Desde que se inventó la televisión, los televisores han cambiado mucho. Los antiguos televisores de tubo tenían pantallas pequeñas y eran muy voluminosos y pesados.

En la actualidad, los fabricantes nos sorprenden cada día con pantallas de mayor tamaño y aparatos ligeros, con una profundidad comparable a la de un cuadro

10.1. El tamaño del televisor se mide en pulgadas.

a) ¿De qué sistema de medidas proviene esta unidad de longitud?

b) ¿En qué países se utiliza?

c) ¿A cuántos centímetros equivale una pulgada?

a) La pulgada es una medida que se usa en el sistema anglosajón, de origen medieval.

b) Se usa en algunos países anglosajones, principalmente en EE. UU y Reino Unido, aunque se intenta lograr el paso al sistema internacional. A pesar de eso, los televisores se miden en todo el mundo en pulgadas.

c) Una pulgada equivale a 2,54 centímetros.

10.2. Para determinar el tamaño, se mide la diagonal de la pantalla en pulgadas. Si compras un televisor de 32 pulgadas, ¿cuánto mide su diagonal en centímetros?

La diagonal mide $32 \cdot 2{,}54 = 81{,}28$ cm.

10.3. Los televisores presentan distintos formatos: 16:9, 20:9, 4:3… Supongamos que la diagonal de un televisor tiene esta curiosa medida, $\sqrt{50}$ pulgadas. ¿Podrías encontrar dos rectángulos que tengan esta diagonal, de forma que sus lados (en pulgadas) sean números naturales? ¿Es suficiente saber el tamaño de la pantalla para conocer la forma del televisor?

El tamaño de la diagonal no es suficiente para saber las dimensiones de la pantalla. Por ejemplo, si la diagonal mide $\sqrt{50}$ pulgadas, el televisor podría medir 7 pulgadas de ancho y 1 de alto (o al revés), pero también podría ser un cuadrado de 5 pulgadas de lado.

10.4. Si el televisor es grande, puede resultar más sencillo medir el largo y el alto de la pantalla que medir su diagonal. Una pantalla mide 70 cm de largo por 40 cm de alto. ¿Qué tamaño tiene ese televisor en pulgadas y qué formato utiliza? Redondea a un número natural.

Usando el teorema de Pitágoras, la diagonal mide $\sqrt{70^2 + 40^2} = \sqrt{6500} \approx 80{,}62$ centímetros. En pulgadas, medirá unas 28 de largo, unas 16 de alto y unas 32 de diagonal. La proporción entre los lados es 7:4; de las que se mencionan, la que más se aproxima es 16:9.

10.5. Mide el televisor de tu casa, el monitor de tu ordenador, la pantalla de tu móvil, y expresa su tamaño en pulgadas. Ahora, compara sus precios. ¿Es proporcional el precio al tamaño de la pantalla? ¿Por qué?

La primera parte de la actividad es práctica, a realizar en casa. Con los datos obtenidos se puede ver que el precio no es proporcional al tamaño de la pantalla, hay ordenadores mucho más caros que televisores de un tamaño mayor.

10.6. En la mayoría de los estadios deportivos existen videomarcadores cada vez más sofisticados y de mayor tamaño. Busca las medidas de la pantalla del videomarcador de tu equipo preferido tanto en largo : ancho como en pulgadas.

Respuesta abierta, dependiendo del equipo que se elija. Por ejemplo, en el estadio del Sporting de Gijón se colocaron en 2010 dos videomarcadores de 12 metros de largo y 5 metros de alto, es decir, de unas 512 pulgadas de diagonal.

10.7. El propietario de los Dallas Cowboys instaló en su estadio en 2009 la pantalla de televisión más grande del mundo hasta ese momento. Costó 40 millones de dólares, mide 48,7 metros de largo y 21,9 de alto, y se sitúa a 27,4 metros sobre el terreno de juego, para que ningún balón pueda dañarla.

a) ¿Cuál es su tamaño en pulgadas?

b) ¿A cuántas pantallas de 30 pulgadas del mismo formato equivale?

a) La pantalla mide unos 53,4 metros, es decir, unas 2100 pulgadas.

b) El formato de la pantalla es 20:9, aproximadamente. Comparando las diagonales, vemos que se podrían colocar en la diagonal de la pantalla unos 70 televisores, luego en total habría unos 4900 televisores de 30 pulgadas.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Ana María Álvarez, Marina Díaz, Mariano García, Francisco José Valencia, Fernando Alcaide**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar, José Miguel Gómez**

Revisión contenidos: **Jesús García Gual**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Estudio "Haciendo el león", Jurado y Rivas, José Manuel Pedrosa**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Impreso en España – *Printed in Spain*